Nathalie Guin **Septembre 1994**
DEA IARFA
Rapport de stage

RESOLUTION D'EXERCICES DE DENOMBREMENT PAR RECONNAISSANCE DE LEUR CLASSE

Module Pincipal : Métaconnaissance
Stage dirigé par Jacques Pitrat,
encadré par Hélène Giroire et Gérard Tisseau

TABLE DES MATIERES

Rapport
I Les problèmes de dénombrement..... page 7
I I Le projet Combien?..... page 9
I I I La classification : une sorte de métaconnaissance ..... page 10
I V Le résultat de la classification ..... page 11
V L'étape de classification ..... page 14
V I La réalisation ..... page 16
Evaluation, conclusion ..... page 19

Bibliographie ..... page 20

Annexe A (lexique) ..... page 21

Annexe B (exemples)..... page 25

Annexe C (résultats)..... page 39
Répartition des exercices ..... page 40

Annexe D (base de règles)..... page 63

Annexe E (énoncés en prolog)..... page 73

Annexe F (moteur)..... page 79

Annexe G (prédicats prolog)..... page 81

RESOLUTION D'EXERCICES DE DENOMBREMENT PAR RECONNAISSANCE DE LEUR CLASSE

I *Les problèmes de dénombrement.*

Dans le programme de mathématiques de la classe de Terminale C, les dénombrements forment un domaine complètement à part : les exercices de dénombrement ne demandent pas aux élèves de connaissances préalables : il n'est pas nécessaire pour les résoudre d'avoir une grande culture mathématique. Les élèves résolvent souvent de manière intuitive.

ex1 : Combien y a-t-il de mots de 3 lettres contenant exactement une fois la lettre "a"? Une solution serait : "Je dois remplir 3 cases avec des lettres. Il me faut un A, j'ai 3 façons de le placer. Pour chacun de ces choix, il ne me reste plus que 2 cases, que je dois remplir avec des lettres quelconques différentes de A. J'ai 25 possibilités pour remplir la première case, et pour chacune d'entre elles 25 possibilités pour la deuxième case. Donc en tout : 3 x 25 x 25 possibilités", ce qui est la réponse.

ex2 : Combien y a-t-il de mots de 3 lettres contenant au moins une fois la lettre "a"? Une solution serait : "Je dois remplir 3 cases avec des lettres. Il me faut un A, j'ai 3 façons de le placer. Pour chacun de ces choix, il ne me reste plus que 2 cases, que je peux remplir avec des lettres quelconques. J'ai 26 possibilités pour remplir la première case restante, et pour chacune d'entre elles 26 possibilités pour la deuxième case. Donc en tout : 3 x 26 x 26 possibilités." Or cette fois-ci la réponse est fausse : on a compté plusieurs fois certaines configurations.

On s'aperçoit donc vite, dès que les exercices se compliquent, que la méthode intuitive est insuffisante : il faut justifier les raisonnements par l'application de principes rigoureux sous peine d'erreurs.

Difficultés des problèmes de dénombrement et intérêt pour l'Intelligence Artificielle :

De même que dans les problèmes de thermodynamique [Tisseau 90], une des principales difficultés rencontrées par les élèves réside dans le fait que les exercices sont posés de manière concrète, alors que le cours utilise des notions abstraites (fonctions, ensembles).
Un travail préalable de modélisation est donc nécessaire, et c'est toute la difficulté de la résolution! Il faut compléter le texte, qui est souvent incomplet ou ambigu, et présenter le problème sous une forme telle qu'on puisse appliquer les théorèmes du cours [Antibi 90].

Un système capable de résoudre les problèmes de dénombrements doit donc posséder des capacités de modélisation importantes pour engendrer un modèle à partir d'un texte en langage naturel, puis pour résoudre le problème. Un Système Tutoriel Intelligent doit de plus être capable d'expliquer ses solutions.
Dans les problèmes de dénombrement, il s'agit de compter le nombre des solutions sans les énumérer. L'énumération n'est d'ailleurs pas toujours possible : il suffit de penser à des problèmes de plaques d'immatriculation!
Les ensembles sont définis en compréhension, on utilise donc, plutôt qu'une méthode par énumération, les propriétés de structure de l'ensemble des solutions. La méthode de résolution se base sur des connaissances analogues à celles qu'un humain emploierait pour la résolution.

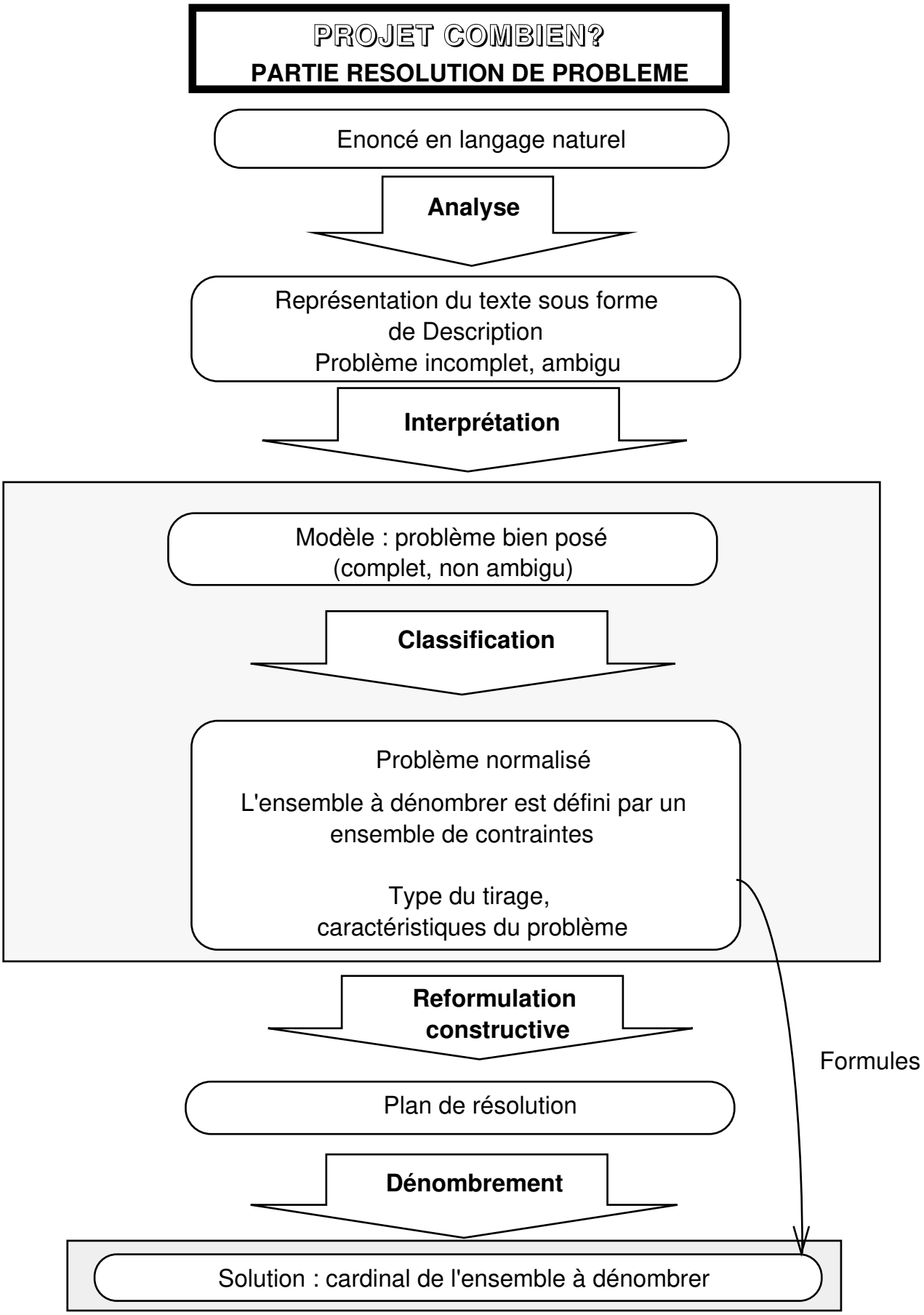
PROJET COMBIEN?
PARTIE RESOLUTION DE PROBLEME
Enoncé en langage naturel
Analyse
Représentation du texte sous forme
de Description
Problème incomplet, ambigu
Interprétation
Modèle : problème bien posé
(complet, non ambigu)
Classification
Problème normalisé
L'ensemble à dénombrer est défini par un
ensemble de contraintes
Type du tirage,
caractéristiques du problème
Reformulation
constructive
Formules
Plan de résolution
Dénombrement
Solution : cardinal de l'ensemble à dénombrer

Figure 1

II *Le projet Combien?*

Le groupe de travail Combien? (J.Duma, H.Giroire, F.Le Calvez, G.Tisseau, M.Urtasun) a sélectionné un corpus d'une centaine d'exercices dans des manuels scolaires de terminale C [Guinin 90], [Dimathème]. Une trentaine d'entre eux, les plus significatifs, permet de tester les concepts et méthodes élaborés. Un formalisme de représentation des énoncés et des connaissances a été défini [Tisseau 93, Tisseau 94], fondé sur la notion de description.
Dans ce formalisme de description, l'énoncé de l'exemple ci-dessous :
"Combien de nombres distincts de 4 chiffres peut-on former en n'utilisant que 2, 4, 5, 6, 8 et 9 ?"
s'écrira de la manière suivante :

```
(P :un problème
 (action = F)
 (à-dénombrer = D)
 :avec
 (F :une action-former
  (type-des-objets-formés = nombre)
  (au-moyen-de = A)
  (tout-résultat-vérifie
   '(:une liste-chiffres (taille = 4))))
 (A :un ensemble
  (éléments 2 4 5 6 8 9))
 (D :un ensemble
  (ens-des-résultats-de F)))
```

Figure 2

Le but du projet Combien? est de réaliser un Système Tutoriel Intelligent sur des problèmes de dénombrement. On s'intéresse pour l'instant à la réalisation du module de résolution du problème. Ce système expert doit réaliser les trois phases de lecture, modélisation et résolution.
Il prend en entrée des énoncés en langage naturel qu'il analyse pour les représenter dans le langage de descriptions présenté plus haut. Une phase d'interprétation, très délicate, est nécessaire pour compléter l'énoncé et résoudre les ambiguités souvent présentes. On obtient alors un modèle de l'exercice, exprimé sous forme de description; le problème est bien posé. Intervient alors la phase de classification, qui permet d'établir le plan de résolution, à partir duquel on calcule le cardinal de l'ensemble à dénombrer.
Il existe des formules qui permettent directement de calculer la solution à partir des informations déduites de la classification, mais elles sont inconnues des élèves de Terminale. Ceux-ci doivent passer par la réalisation du plan de résolution. Ces formules peuvent tout de même être très utiles pour des vérifications de la part du système.

Le sujet de ce stage de DEA étant la réalisation de la phase de classification, c'est sur cette étape de la résolution que nous allons nous concentrer.

III *La classification : une sorte de métaconnaissance.*

Parmi les différentes sortes de métaconnaissance, on distingue celles qui permettent de "raisonner sur l'énoncé d'un problème" [Pitrat 90].
La classification permet effectivement d'obtenir des informations à partir de l'observation de l'énoncé du problème. Elle consiste souvent à déterminer le type d'un problème.
"le type d'un problème peut donner une idée de sa difficulté" , "Trouver une bonne classification est une étape de la résolution : elle permet de choisir une bonne représentation et une bonne méthode de solution" [Pitrat 90, p.132].

La classification est en effet une étape indispensable avant la résolution proprement dite : les psychologues [Chi 81] ont observé qu'on distingue les experts des novices par la classification qu'ils donnent d'un problème : sur des problèmes de mécanique, les experts définissaient les problèmes comme "troisième loi de Newton" ou comme "conservation de l'énergie", alors que les novices parlaient de "ressort" ou de "plan incliné".

La classification aide à la transformation du problème en vue de la résolution : dans l'exemple des exercices de dénombrement, on normalise le problème, c'est à dire qu'on le remplace par un problème équivalent, plus classique, puis on fait la classification proprement dite. Le résultat de cette classification est un problème posé de manière typique, dont la résolution est automatique (il suffit de calculer une formule).

La bonne résolution d'un exercice de dénombrement dépend complètement de la possession de l'expertise de classification des exercices de dénombrement. C'est cette expertise de niveau méta qu'il faut enseigner aux novices (les élèves en particulier) pour qu'ils deviennent experts. On peut exprimer les métaconnaissances nécessaires à cette expertise comme des règles générales sur les problèmes de dénombrement.

La classification des exercices de dénombrement n'est pas chose aisée : deux exercices presque identiques à un détail près peuvent avoir des classifications qui diffèrent complètement.
Exemple : Si dans un exercice on remplace la contrainte "exactement 2 dames" par "au moins deux dames", au lieu d'avoir une répartition, on aura une disjonction de problèmes, ou un complémentaire de problème (cf IV).
Il faut donc faire une analyse de l'énoncé en profondeur, prendre en compte toutes les informations, et chaque information doit être traitée en tenant compte de l'ensemble des données.

Exemple pour les dénombrements :
Enoncé : Combien de nombres distincts de 4 chiffres peut-on former en n'utilisant que 2, 4, 5, 6, 8 et 9 ?
La classification conduit au plan de résolution suivant : "On choisit d'abord un premier chiffre dans l'ensemble (2, 4, 5, 6, 8, 9), puis un deuxième chiffre dans l'ensemble (2, 4, 5, 6, 8, 9), puis un troisième, etc "
Et on en déduit la solution : 6^4.

C'est l'information "on tire avec remise", que la classification a déterminée par défaut à partir de l'énoncé, qui permet de déduire qu'on tire toujours dans le même ensemble; l'information "la collection formée est de type liste", déterminée par la classification parce qu'on forme des nombres, implique qu'on choisit les chiffres de manière ordonnée...etc.

IV *Le résultat de la classification*

Le groupe Combien? a déterminé quelles étaient les informations pertinentes dont on a besoin pour produire le plan de résolution.
Pour chaque exercice on désire obtenir sa classe, qui correspond à l'ensemble des caractéristiques suivantes :

_ la taille de l'ensemble dans lequel on prend (tous les exercices ne sont pas des tirages, mais on peut toujours définir un ensemble dans lequel on prend).

_ le type de la collection formée : suivant qu'on considère une liste ou un ensemble, le nombre d'éléments à dénombrer varie.

_ la taille de la collection formée.

_ avec ou sans remise : on veut savoir si on peut utiliser deux fois le même élément pour former un mot, un nombre,...etc.

En plus de ces informations, la classe contient le ***type*** du problème, c'est même le résultat principal.
Il existe trois types de base :
La répartition :
Un exemple de répartition est : "Combien y a-t-il de mots de 5 lettres contenant (exactement) un "a" et (exactement) deux consonnes ?"
Il s'agit en fait d'un tirage de 5 éléments (les lettres) dans un ensemble E de taille 26 (l'alphabet), dans cet ensemble on distingue la catégorie des "a" et celle des consonnes. Combien y a-t-il de résutats contenant exactement un élément dans la catégorie des "a" et 2 dans la catégorie des consonnes?
L'exercice type correspondant à la répartition est : "On tire p éléments dans un ensemble E de taille e divisé en m catégories disjointes, combien y a-t-il de résultats contenant exactement x1 éléments de la catégories 1, ..., xn éléments de la catégories n ?"
Dans ce cas on désire connaître la liste des couples :
(taille de la catégorie, taille de l'échantillon), qu'on appelle liste caractéristique de l'exercice. Pour l'exemple ci-dessus cette liste est : ((1,1),(20,2)).

Les combinaisons, arrangements, permutations, produits cartésiens sont des cas particuliers de répartition.

La liste avec des conditions imposées à certaines positions :
L'exercice type s'écrit : "On tire p éléments successivement dans un ensemble E à e éléments, partitionné en m catégories disjointes d'effectifs c1, ..., cm. On forme une liste. Combien y a-t-il de listes telles que i1 éléments à des positions données appartiennent à la catégorie 1, ..., in éléments à des positions données appartiennent à la catégorie n (pas de restriction pour les autres) ?"
Dans ce cas on désire connaître la liste des couples :
(taille de la catégorie, taille de l'échantillon), qu'on appelle liste caractéristique de l'exercice.
Pour l'exemple ci-dessous :
"Combien y a-t-il de mots de 5 lettres commençant par une voyelle ?",
la liste caractéristique est : ((6, 1)).

Le spectre :
L'exercice type s'écrit : "On tire p éléments dans un ensemble E divisé en m catégories disjointes de même effectif c. On s'intéresse à la partition de cet ensemble en classes d'éléments de même catégorie. Combien y a-t-il de résultats contenant k_1 classes de i_1 éléments, ..., k_n classes de i_n éléments?
($k_1 i_1 + \ldots + k_n i_n = p$) "
Dans ce cas on désire connaître le nombre de catégories, la taille commune à ces catégories, et la liste des couples :
(nombre de classes, taille des classes), qu'on appelle liste caractéristique de l'exercice.

Exemple : "On tire 3 dés de couleurs différentes, combien y a-t-il de tirages contenant deux numéros égaux et le troisième différent ?"
Dans cet exemple, les couleurs différentes rendent les dés discernables, le résultat du tirage est alors considéré comme une liste et non comme un ensemble. Les catégories sont formées à partir de l'attribut numéro, un numéro correspondant à une catégorie. Il y a donc 6 catégories de taille 1. La liste caractéristique est : ((1,2),(1,1)).

On obtient 12 classes de base qui s'organisent sous forme de hiérarchie. (cf figure 3). On appelle classes concrètes ces classes de bases qui sont effectivement des résultats de la classification. Les classes abstraites ne peuvent pas être des résultats de la classification, elles permettent juste d'exprimer la hiérarchie des classes.

La classe du problème peut être une **classe composée** (cf figure 4) :
_ disjonction : le problème est formé de cas disjoints, le seul attribut de cette classe est la liste des problèmes disjoints. La classe de chacun de ces problèmes peut être une classe de base ou une classe composée. La solution du problème est la somme des solutions des différents problèmes.
_ complémentaire : on considère le complémentaire du problème considéré par rapport au problème général (sans restrictions), on opère alors une soustraction de solutions. Les attributs de cette classe sont donc le problème complet et le problème complémentaire, la
classe du problème complet est une clase de base, celle du problème complémentaire est une classe de base ou une classe composée.
_ jointure : on calcule certaines solutions du problème d'une façon, les autres d'une autre manière, il faut ensuite faire le produit des solutions des problèmes considérés. L'attribut de cette classe est la liste des problèmes dont on fait la jointure, chacun ayant une classe de base ou une classe composée.

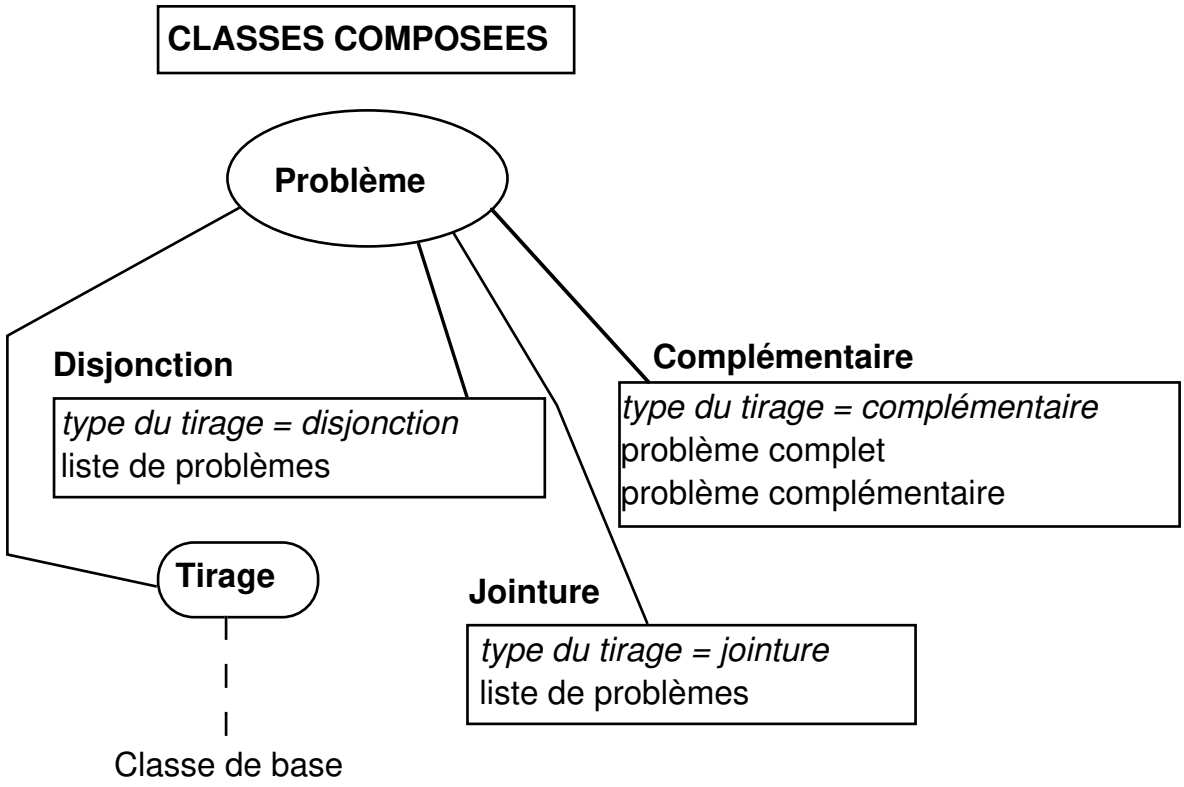

Figure 4

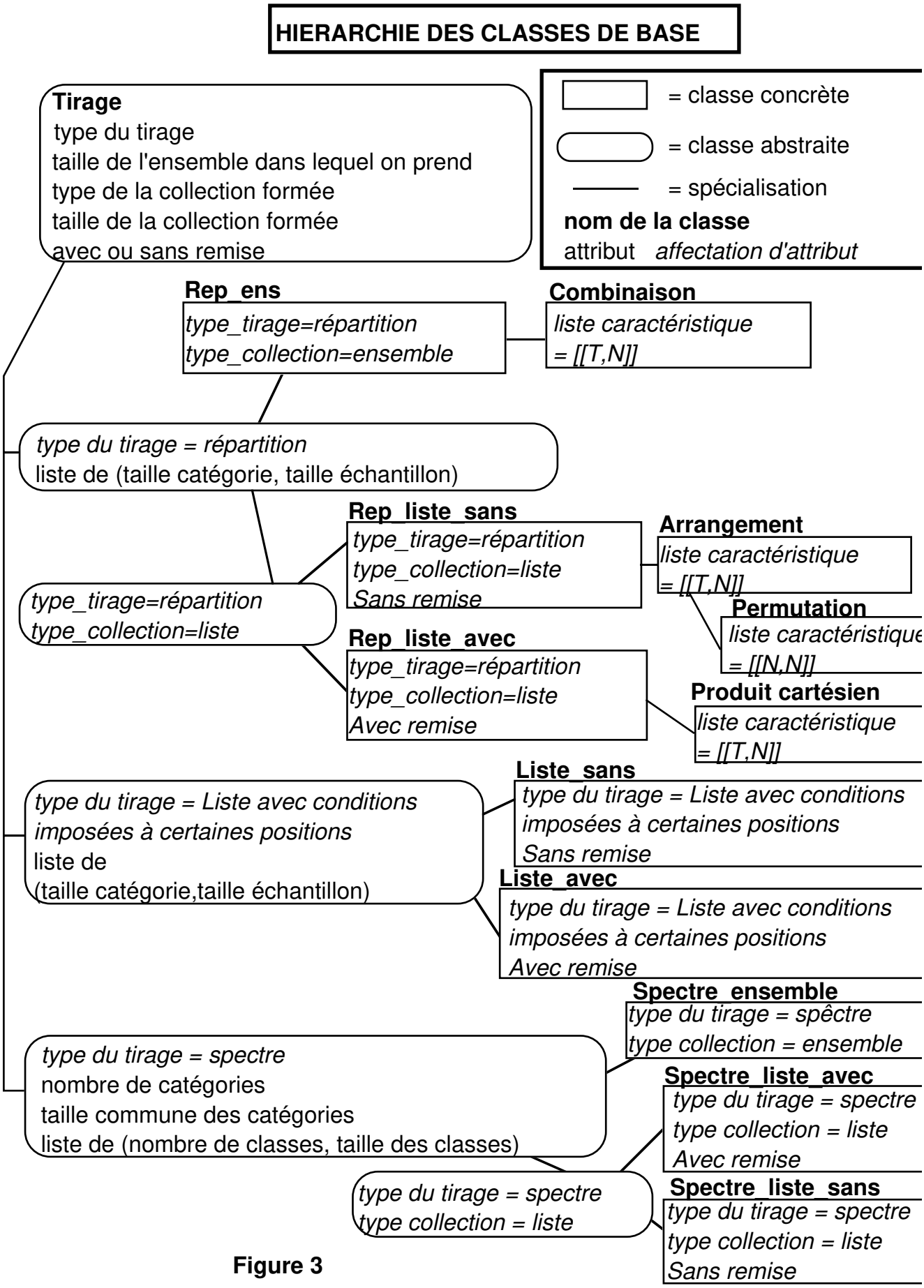
HIERARCHIE DES CLASSES DE BASE
= classe concrète
= classe abstraite
= spécialisation
nom de la classe
attribut affectation d'attribut
Tirage
type du tirage
taille de l'ensemble dans lequel on prend
type de la collection formée
taille de la collection formée
avec ou sans remise
Rep_ens
type_tirage=répartition
type_collection=ensemble
Combinaison
liste caractéristique
= [[T,N]]
type du tirage = répartition
liste de (taille catégorie, taille échantillon)
Rep_liste_sans
type_tirage=répartition
type_collection=liste
Sans remise
Arrangement
liste caractéristique
= [[T,N]]
Permutation
liste caractéristique
= [[N,N]]
type_tirage=répartition
type_collection=liste
Rep_liste_avec
type_tirage=répartition
type_collection=liste
Avec remise
Produit cartésien
liste caractéristique
= [[T,N]]
type du tirage = Liste avec conditions
imposées à certaines positions
liste de
(taille catégorie,taille échantillon)
Liste_sans
type du tirage = Liste avec conditions
imposées à certaines positions
Sans remise
Liste_avec
type du tirage = Liste avec conditions
imposées à certaines positions
Avec remise
Spectre_ensemble
type du tirage = spêctre
type collection = ensemble
type du tirage = spectre
nombre de catégories
taille commune des catégories
liste de (nombre de classes, taille des classes)
Spectre_liste_avec
type du tirage = spectre
type collection = liste
Avec remise
type du tirage = spectre
type collection = liste
Spectre_liste_sans
type du tirage = spectre
type collection = liste
Sans remise

Figure 3

L'étape de classification prend en entrée un énoncé complet et non ambigu, exprimé grâce au langage à base de descripti on, et donne la classe du problème. Voici un exemple :
Pour l'énoncé suivant : "Combie n de nombres distincts de 4 chiffres peut-on former en n'utilisant que 2, 4, 5, 6, 8 et 9 ?" qui est exprimé sous forme de descriptions dans la figure 2, la classification donne les résultats suivants :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 6
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 4
Avec remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[6, 4]]
Produit cartésien : 6^4

V *L'étape de classification.*

L'étape de classification intervient après l'analyse du langage naturel et l'interprétation. Le problème est bien posé.
L'étape se décompose elle-même en trois phases, la normalisation a lieu avant les deux autres qui se déroulent simultanément.

a) La normalisation

On supprime les objets physiques devenus inutiles après les phases d'analyse et d'interprétation (ils sont particulièrement déterminants pour la phase d'interprétation) : lorsque l'on dispose de plaquettes ou cartons sur lesquels sont inscrits les lettres ou les chiffres auxquels on s'intéresse, on supprime l'ensemble des cartons ou plaquettes et on considère directement l'ensemble des chiffres ou des lettres.
On désire de même transformer les problèmes de tirages de dés et de loteries (roues à tourner), par des formations de nombres à partir d'ensembles de chiffres.

b) On rassemble les contraintes

Les exercices contiennent des contraintes qui sont d'une part des informations sur le tirage et sur les éléments considérés ("répétitions possibles", "x est une liste") et d'autre part des restrictions sur l'ensemble à dénombrer ("il ne doit y avoir que des jetons verts", "on veut un roi et deux valets"). Les contraintes-restrictions sont exprimées grâce aux prédicats suivants :
certains exigent une valeur particulière d'un attribut :
_ effectif_attribut(X,exactement/au_plus/au_moins,N,Att,Val) : dans X on veut exactement/au_plus/au_moins N éléments dont l'attribut Att a la valeur Val
_ position(M,N,Att,Val) : dans M à la position N, on veut un élément dont l'attribut Att a la valeur Val
d'autres exigent certaines propriétés sur les éléments sans imposer de valeur :
classes_effectif_attribut(X,N,K,Att) : dans X on veut N classes de K éléments pour l'attribut Att
valeurs_différentes_pour(X,Att) : les éléments de X doivent avoir des valeurs différentes pour l'attribut Att
valeurs_identiques_pour(X,Att) : les éléments de X doivent avoir des valeurs différentes pour l'attribut Att

On veut exprimer l'exercice comme suit :
"Dénombrer l'ensemble des x qui vérifient l'ensemble de contraintes suivant : ... "
Il faut pour cela rassembler les contraintes disséminées dans l'énoncé, et les rapporter à l'élément x, cela nécessite souvent de faire des inférences.

c) La classification proprement dite

On rassemble les informations qu'on peut tirer de l'énoncé pour déduire les caractéristiques du tirage autres que le type du problème.
Pour déterminer ce dernier, on a besoin de considérer toutes les contraintes-restrictions, on en dresse donc la liste, qu'on étudie pour en déduire le type du tirage.

VI *La réalisation.*

a) Les choix de réalisation.

Les connaissances nécessaires à la classification sont exprimées sous forme de règles. Les règles sont organisés en paquets de manière séquentielle. Elles traitent une base de faits correspondant aux données de l'énoncé de l'exercice.
Chaque paquet a un rôle spécifique dans la démarche de classification (cf figure 5) :
Le premier paquet effectue la normalisation de l'exercice.
Dans le second paquet, on observe l'ensemble à dénombrer, et ses liens éventuels avec l'action effectuée.
On détermine avec les règles du troisième paquet l'ensemble dans lequel on prend.
Grâce au quatrième paquet, on étudie l'ensemble dans lequel on prend pour déterminer les attributs (couleur, hauteur, numérotation, lettre, type_lettre, parité, etc) qui pourront être utilisés dans cet exercice, ainsi que le nombre de catégories et la taille des catégories se rapportant à chaque attribut (par exemple dans un jeu de 32 cartes, pour l'attribut couleur, il y a quatre catégories de taille huit, pour l'attribut hauteur, il y en a huit de taille quatre).
Les trois paquets suivants permettent de déterminer respectivement le type (liste ou ensemble) de la collection formée, sa taille, et si l'on prend avec ou sans remise. Dans ces trois derniers paquets, les informations déduites sont également rattachées aux éléments de l'ensemble à dénombrer, pour pouvoir exprimer l'ensemble à dénombrer comme "l'ensemble des x tels que ...".
Dans le huitième paquet , après les avoir éventuellement rapportées aux éléments à dénombrer, on établit la liste des contraintes restantes (restrictions sur l'ensemble à dénombrer).
Les règles du neuvième paquet observent la liste des contraintes ainsi construite, pour déterminer si il y en a une ou plusieurs, si elles sont de même type, et construisent la liste des attributs qui interviennent dans les contraintes, distinguant le cas où il y a un unique attribut.
Le dixième paquet conclut sur le type du tirage, grâce à la liste des contraintes et grâce aux informations accumulées par les règles du paquet précédent; on détermine les catégories, vérifiant si nécessaire qu'elles sont distinctes; on construit la liste caractéristique du tirage.
Dans le onzième paquet, on repère les cas particuliers de répartitions: combinaison, arrangement, produit cartésien, permutation.
L'avant-dernier paquet contrôle la cohérence des résultats de l'expertise, et le dernier paquet détermine la classe et applique la formule qui correspond.

On peut distinguer des super-paquets (cf figure 5); le super-paquet 1 doit absolument figurer en tête, et le super-paquet 5 en queue. L'ordre des super-paquets 2, 3 et 4 peut être modifié en 2, 4, 3.
Au sein de chaque super-paquet l'ordre est figé, sauf dans le super-paquet 3, où l'on doit néanmoins déterminer le type de la collection formée avant la remise.

b) L'implémentation.

On a donc réalisé un système à base de règles, implémenté en Macprolog.
L'énoncé exprimé sous forme de descriptions est donné au système en prolog (cf Annexe E).
L'ordre de saturation des paquets de règles est fixé.
Chaque paquet est saturé de la manière suivante : on exécute toutes les règles exécutables d'un paquet dans l'ordre où elles ont été mémorisées, sans revenir en début de paquet en cas d'ajout de fait. On peut adjoindre au paquet un paquet d'initialisation qui est saturé avant le paquet principal. Il est parfois nécéssaire qu'au sein d'un même paquet une règle soit exécutée avant d'en essayer une autre; puisque les règles s'éxécutent dans l'ordre où on les lit, l'ordre des règles au sein d'un même paquet est parfois voulu.

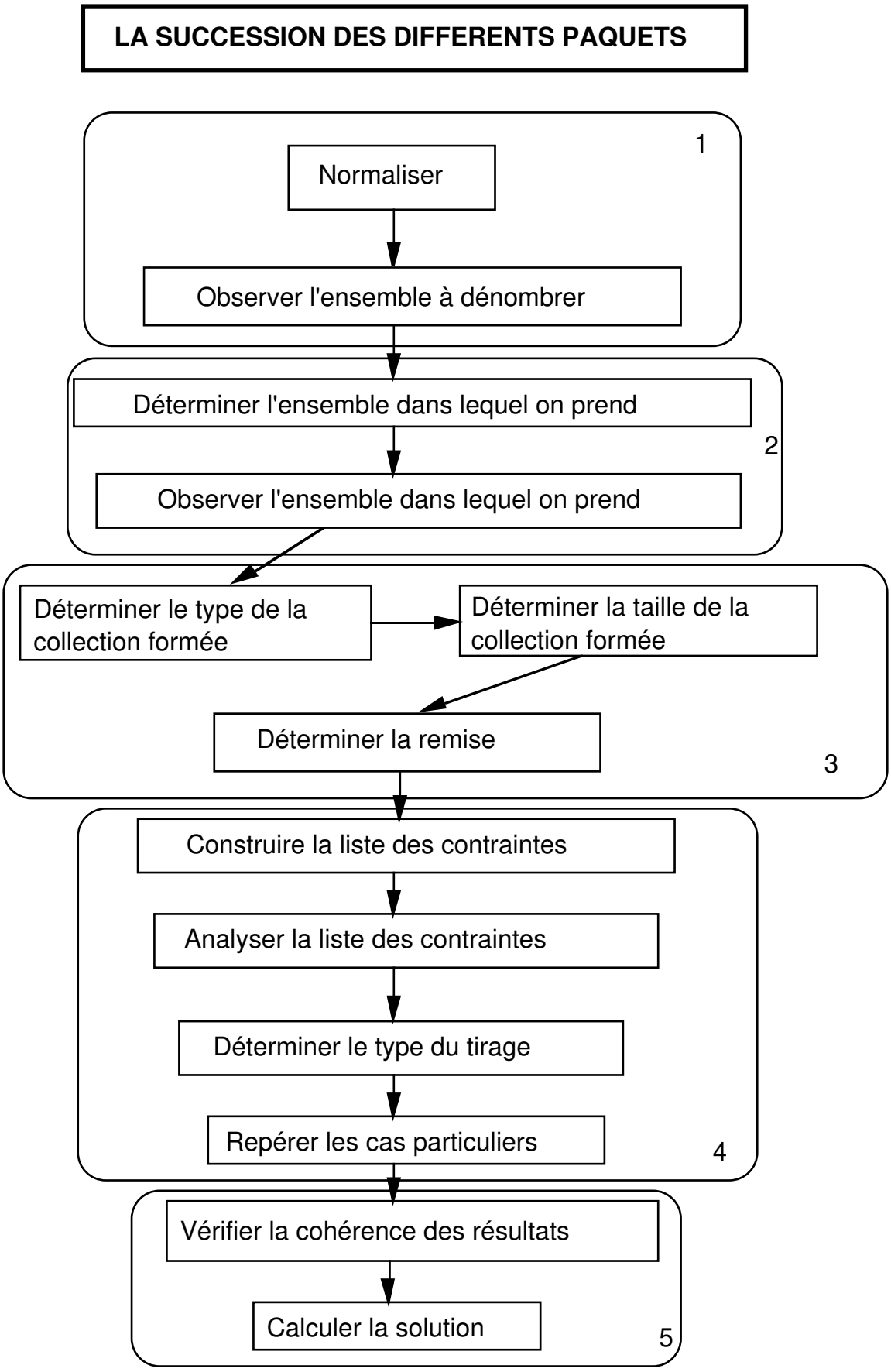
LA SUCCESSION DES DIFFERENTS PAQUETS
1
Normaliser
Observer l'ensemble à dénombrer
Déterminer l'ensemble dans lequel on prend
2
Observer l'ensemble dans lequel on prend
Déterminer le type de la collection formée
Déterminer la taille de la collection formée
Déterminer la remise
3
Construire la liste des contraintes
Analyser la liste des contraintes
Déterminer le type du tirage
Repérer les cas particuliers
4
Vérifier la cohérence des résultats
Calculer la solution
5

Figure 5

Les règles sont de la forme suivante :

```
règle(nom de la règle,nom du paquet):-
  si([liste de prémisses]),
  alors([liste d'actions]).
```

Les prémisses peuvent être des faits de la base de faits, ou des prédicats prolog (eval_prolog(prédicat)). Les actions de la partie conclusion peuvent être des modifications de la base de faits (ajouter, modifier, supprimer) ou des prédicats prolog (eval_prolog(prédicat)).

```
Exemple : règle(jeton_former,det_ens):-
 si( [problème(P),          * un problème P
   action(P,A),             * dont l'action A
   est_un(A,action_former),* est de former
   en_effectuant(A,T),      * en effectuant
   est_un(T,action_tirer),  * un tirage
   récipient(T,S),          * dans un récipient S
   est_un(S,récipient),
   contenu(S,E),            * dont le contenu est E
   à_dénombrer(P,D),
   est_un(D,ensemble),
   tout_élément(D,Y)]),
alors( [ajouter(ens_ds_lequel_on_prend(P,E)),
   ajouter(formé_avec(Y,E))]).
```

Cette règle signifie que lorsqu'on forme (un nombre ou un mot par exemple) en tirant dans un récipient, l'ensemble dans lequel on prend est le contenu E de ce récipient, l'élément générique Y de l'ensemble D qu'on dénombre est formé avec les éléments de cet ensemble E.

Dans les sept premiers paquets, il s'agit de déterminer une information, et pour un exercice il n'y a le plus souvent qu'une règle qui se déclenche, parfois deux (lorsqu'on obtient la même information de deux manières différentes). Dans les quatre derniers paquets, on déduit des informations multiples, on construit des listes, et le nombre de règles exécutées est donc supérieur (entre 1 et 5 pour la pluplart des cas).

L'annexe A est un lexique des prédicats prolog utilisés dans les énoncés des exercices et dans les règles.
L'annexe B contient quelques exemples détaillés particulièrement représentatifs, où l'on étudie toute la résolution de l'exercice, depuis l'énoncé en langage naturel jusqu'à la solution. On y trouvera en particulier l'exemple étudié tout au long de ce rapport.
L'annexe C contient les résultats de l'étape de classification pour tous les exercices résolus par le système, ainsi qu'un schéma de la répartition de ces exercices dans les différentes classes.
L'annexe D est un extrait de la base de règle, on montre une ou deux règles de chaque paquet.
L'annexe E contient quelques énoncés d'exercices, écrits en prolog.
L'annexe F est un extrait du listing du moteur du système.
L'annexe G est un extrait du listing des prédicats de calcul prolog utilisés.

Les données complètes sont disponibles dans le rapport de stage de DEA.

Evaluation, Conclusion

Pour écrire les règles de classification, on a dû mettre à jour les connaissances sur ce qu'*est* un problème de dénombrement: l'ensemble dans lequel on prend, l'ensemble à dénombrer, les contraintes, les attributs...Il a été nécessaire d'introduire des métaconnaissances pour les manipuler: la liste des contraintes-restrictions, la taille des catégories en fonction de l'attribut et parfois aussi en fonction de la valeur de cet attribut, le mode de tirage d'une action, le type (liste ou ensemble) associé à ce mode de tirage...
On a du décider des différentes étapes de cette classification, c'est à dire des paquets, et de l'ordre dans lequel on devait procéder.

La base de règles contient 84 règles (cf Annexe D), construites à partir d'un corpus d'une trentaine d' exercices typiques. Le système a été testé sur trente autres exercices.
Si le système ne sait pas résoudre l'exercice, c'est à dire qu'il manque une ou plusieurs règles pour déterminer une information, le système répond qu'il ne sait pas, il peut donner les informations qu'il a quand même déduites, mais ne déduit pas d'informations fausses.
Le système expert réalisé résout une bonne moitié des exercices de dénombrement, il résout ceux qu'on rencontre le plus souvent, mais les cas particuliers sont extrêmement nombreux dans ce domaine.

On a remarqué que dans tous les exercices rencontrés dans les manuels scolaires, les contraintes-restrictions correspondent à un seul prédicat de contrainte : les contraintes peuvent être multiples mais on ne mélange jamais différent types de contraintes.
Il est probable que si on mélangeais plusieurs types de contraintes, au hasard, la plupart des exercices ainsi formés seraient irrésolubles.
En fait la classification est bien adaptée aux exercices scolaires, car ils sont en général construits à partir de la classe de problème désirée par l'enseignant!

La production du plan de résolution à partir du résultat de la classification ne devrait pas être une étape difficile, les plans pouvant être assimilés à des phrases à trous. En effet, à chaque classe est associé un plan type.

Le but du système d'EIAO sera d'enseigner l'expertise de classification aux élèves, pour les aider à modéliser le problème; en particulier, la hiérarchie des classes d'exercices doit être présente à l'esprit de toute personne devant résoudre un exercice de dénombrement.
La prochaine étape pourrait être d'adjoindre à ce système expert un module d'explication s'appuyant sur la base de règles, proche des connaissances humaines, et surtout d'un système capable de reconnaître la validité d'une solution proposée par un élève, et d'expliquer éventuellement pourquoi elle est fausse.
Le groupe Combien? travaille actuellement sur l'interface du futur Système Tutoriel Intelligent, primordiale car elle devra permettre aux élèves d'"essayer" un plan de résolution et de modéliser graphiquement le problème.

Bibliographie

[Antibi 90]
Antibi A.
Problèmes de dénombrement.
bulletin de l'A.P.M.E.P. nº373, pp 173-187, avril 1990.

[Chi 81]
Chi M., Feltovich P., Glaser R. (1981)
Catégorization and representation of physics problems by experts and novices.
Cognitive Science 5. 121-152.

[Dimathème]
Collection N.Dimathème
Mathématiques, terminales T,C,E. ed. Didier

[Guinin 90]
Guinin, Joppin
Mathématiques terminales C.
collection cube ABC Bréal.

[Pitrat 90]
Jacques Pitrat
Métaconnaissance, futur de l'intelligence artificielle.
Hermès. (1990)

[Pitrat 93]
Jacques Pitrat
Penser autrement l'informatique. Hermès. (1993)

[Tisseau 90]
Gérard Tisseau
Modélisation à partir d'un énoncé informel : le système Modelis. Application à des exercices de thermodynamique.
Thèse d'Université, Université ParisVI, 29 juin 1990

[Tisseau 93]
G.Tisseau, J.Duma, H.Giroire, F.Le Calvez, M.Urtasun
Représentation des problèmes de dénombrement dans le projet Combien?
Rapport interne Laforia 93/39 Novembre 1993

[Tisseau 94]
G.Tisseau, J.Duma, H.Giroire, F.Le Calvez, M.Urtasun
Un langage de descriptions fonctionnelles, relationnelles et ensemblistes pour des problèmes de dénombrement dans le projet Combien?
Actes du 9ième congrès RFIA'94, Paris janvier 1994

ANNEXE A

LEXIQUE

Prédicats intervenant dans les énoncés :

action(P,A) : A est l'action de P

Les différents types d'action : action_former
action_tirer
action_jeter_dés
action_tourner_roues
action_attribuer_rôles

à_dénombrer(P,D) : dans le problème P c'est l'ensemble D qu'il faut dénombrer

au_moyen_de(A,E) : l'action(former) A a lieu au moyen de l'ensemble E

avec_remise(A) : l'action A a lieu avec remise

contenu(R,C) : le contenu du récipient R est C

effectif_chaque_élément(X,au_plus/exactement,N) : dans X chaque élément apparait au plus/exactement N fois

éléments(E,L) : les éléments de E sont ceux de la liste L éléments(E,[1,2,C])

éléments_numérotés_séquentiellement(E,N,M) : les éléments de E sont numérotés séquentiellement de N jusqu'à M

en_effectuant(A,T) : l'action(former) A a lieu en effectuant l'action(tirer)T

ensemble(A,E) : E est l'ensemble de départ de l'action_attribuer_rôles A

ensemble_des_lettres_de(X,M) : X est l'ensemble des lettre du mot M

ens_des_résultats(X,A) : X est l'ensemble des résultats de l'action A

inclus_dans(X,Y) : X est inclus dans Y

inclus_dans_résultats(E,A) : l'ensemble E est inclus dans l'ensemble des résultats de l'action A

nb_éléments_tirés(A,N) : on tire N éléments dans l'action A

on_dispose_de(P,J) : on dispose pour le problème P de l'objet J

problème(P) : P est le problème

récipient(A,R) : R est le récipient de A

répétitions_possibles(X) : dans x les répétitions sont possibles

réunion_de(X,L) : X est la réunion des ensembles de la liste L

rôles(A,R) : R est l'ensemble des rôles de l'action_attribuer_rôles A

sans_remise(A) : l'action A a lieu sans remise

simultanément(A) : L'action_tirer A a lieu simultanément

successivement(A) : L'action_tirer A a lieu successivement

taille(X,N) : X est de taille N

tout_résultat(A,X) : tout résultat X de l'action A

tout_élément(E,X) : tout_élément X de l'ensemble E

type_des_objets_formés(A,T) : le type des objets formés par l'action(former) F est T

<u>dont prédicats de contraintes:</u>

classes_effectif_attribut(X,N,K,Att) : dans X on veut N classes de K éléments pour l'attribut Att

effectif_attribut(X,exactement/au_plus/au_moins,N,Att,Val) : dans X on veut exactement/au_plus/au_moins N éléments dont l'attribut Att a la valeur Val

position(M,N,Att,Val) : dans M à la position N, on veut un élément dont l'attribut Att a la valeur Val

valeurs_différentes_pour(X,Att) : les éléments de X doivent avoir des valeurs différentes pour l'attribut Att

valeurs_identiques_pour(X,Att) : les éléments de X doivent avoir des valeurs identiques pour l'attribut Att

Prédicats issus de la classification :

arrangement(P,N,K) : P est un arrangement de K éléments parmi N
attribut_possible(P,Att) : Att est un attribut possible pour le problème P
attributs(P,L): les attributs utilisés dans les contraintes du problème P sont ceux de la liste L
combinaison(P,N,K) : P est une combinaison de K éléments parmi N
complémentaire(P,Pall,Pc) : P est le complémentaire de Pc par rapport à Pall
contraintes(P,L) : la liste des contraintes du problème P est la liste L
contraintes_même_type(P) : toutes les contraintes de P sont du même type
élément_générique(P,X) : dans le problème P, on dénombre l'ensemble des X
ens_ds_lequel_on_prend(P,E) : pour le problème P, l'ensemble dans lequel on prend est E
formé_avec(X,E) : X est formé avec les éléments de l'ensemble E
liste(P,L) : L est la liste caractéristique (répartition ou spectre) du problème P
nombre_catégories(P,N) : le nombre de catégorie pour le spectre P est N
nombre_catégories(P,Att,N) : pour l'attribut Att, il y a N catégories
permutation(P,N) : le problème P est une permutation de N éléments
produit_cartésien(P,N,K) : P est le produit cartésien N^K
remise(P,avec/sans) : le problème P est avec/sans remise
répétitions(X,avec/sans) : l'élément générique X est avec/sans répétitions
résultat_de_action(P) : dans le problème P, l'ensemble à dénombrer est lié (égalité ou inclusion) à l'ensemble des résultats de l'action du problème
solution(P,N) : N est la solution du problème P
taille_catégorie(P,Att,T) : dans P une catégorie pour l'attribut Att est de taille T
taille_catégorie(P,Att,Val,T) : dans P une catégorie pour l'attribut Att valant la valeur Val est de taille T
taille_collection_formée(P,N) : la taille de la collection formée dans le problème P est T
taille_commune_catégories(P,N) : dans le spectre P, la taille commune de toutes les catégories est T
type_collection_formée(P,T) : le type de la collection formée dans le problème P est T
type_tirage(P,T) : le type du tirage du problème P est T (répartition, spectre, liste avec conditions imposées à certaines positions, cas disjoints, complémentaire, jointure)
une_seule_contrainte(P) : le problème P a une seule contrainte
un_seul_attribut(P) : le problème P a un seul attribut

ANNEXE B

Pour chaque exercice, on donne l'énoncé en langage naturel, celui qui correspond en langage de descriptions ,puis en prolog. On donne le résultat de la classification effectuée par le système avec une explication succincte du rôle de chacune des règles déclenchées, et la solution calculée par le système. Vient ensuite le plan de résolution qui pourrait être déduit de la classification et à partir duquel on peut aussi calculer la solution.

EXEMPLE (ch1)

Cet exemple est celui traité tout au long du rapport, c'est un des cas les plus simples.

Enoncé en langage naturel :

Combien de nombres distincts de 4 chiffres peut-on former en n'utilisant que 2, 4, 5, 6, 8 et 9 ?

Représentation sous forme de description :

```
(:un  problème
     (action = F)
      (à-dénombrer = D)
     :avec
       (F  :une  action-former
            (type-des-objets-formés  =  nombre)
        (au-moyen-de = A)
           (tout-résultat-vérifie
            '(:une  liste-chiffres  (taille  =  4))))
      (A  :un ensemble
        (éléments 2 4 5 6 8 9))
      (D  :un ensemble
           (ens-des-résultats-de  F)))
```

En Prolog :

```
problème(ch1).
action(ch1,f).
à_dénombrer(ch1,d).
est_un(f,action_former).
type_des_objets_formés(f,nombre).
au_moyen_de(f,a).
tout_résultat(f,r).
est_un(r,liste_chiffres).
taille(r,4).
est_un(a,ensemble).
éléments(a,[2,4,5,6,8,9]).
est_un(d,ensemble).
ens_des_résultats(d,f).
```

Résultat de la classification :
tout_élément : crée un élément de l'ensemble à dénombrer élément_générique : et le définit comme élément générique résultat_de_action : l'ensemble à dénombrer est lié à l'action
former_au_moyen_de : détermination de l'ensemble dans lequel on prend taille : observation de cet ensemble (règle par défaut)
type_formés : détermination du type de la collection formée (liste)
former : détermination de la taille de la collection formée
former : détermination de avec_remise (règle par défaut)
liste_vide: création de la liste des contraintes
aucune_contrainte : détermination du type du tirage (répartition)
produit_cartésien : on repère le cas particulier

ch1 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 6
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 4
Avec remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[6, 4]]
Produit cartésien : 6^4
Solution du problème ch1 : 1296

Plan de résolution :

"On choisit d'abord un premier chiffre dans l'ensemble (2, 4, 5, 6, 8, 9), puis un deuxième chiffre dans l'ensemble (2, 4, 5, 6, 8, 9), puis un troisième chiffre dans l'ensemble (2, 4, 5, 6, 8, 9), puis un quatrième chiffre dans l'ensemble (2, 4, 5, 6, 8, 9)."

EXEMPLE (m10)

Cet exemple est un cas de répartition où la difficulté réside dans le fait que les catégories sont construites sur deux attributs différents (lettre et type de lettre). Il faut donc s'assurer que les catégories sont disjointes, c'est à dire que "b" n'est pas une voyelle.

Enoncé en langage naturel :

Combien y a-t-il de mots de cinq lettres contenant exactement deux voyelles et (exactement) deux "b" ?

Représentation sous forme de description :

```
(:un  problème
    (action = F)
     (à-dénombrer = D)
    :avec
      (F :une action-former
         (type-des-objets-formés = mot)
       (au-moyen-de = E)
          (tout-résultat-vérifie
        '(:un mot (taille = 5)
          (répétitions-possibles)
          (effectif-attribut exactement 2 type-lettre voyelle)
         (effetif-attribut exactement 2 lettre B) )))
     (E :un ensemble
 (éléments "a" .... "z"))
    (D :un ensemble
         (ens-des-résultats-de F)))
```

En Prolog :

```
problème(m10).
action(m10,f).
à_dénombrer(m10,d).
est_un(f,action_former).
type_des_objets_formés(f,mot).
au_moyen_de(f,a).
tout_résultat(f,r).
est_un(r,mot).
taille(r,5).
répétitions_possibles(r).
effectif_attribut(r,exactement,2,type_lettre,voyelle).
effectif_attribut(r,exactement,2,lettre,b).
est_un(a,ensemble).
taille(a,26).
tout_élément(a,xa).
est_un(xa,lettre).
est_un(d,ensemble).
ens_des_résultats(d,f).
```

Résultat de la classification :

tout_élément : crée un élément de l'ensemble à dénombrer élément_générique : et le définit comme élément générique résultat_de_action : l'ensemble à dénombrer est lié à l'action
former_au_moyen_de : détermination de l'ensemble dans lequel on prend lettres : observer cet ensemble
type_formés : déterminer le type de la collection formée (liste)
former : détermination de la taille de la collection formée
former_répétitions : détermination de avec_remise
liste_vide rapporter1 rapporter1 établir5 établir5 : après avoir regroupé les contraintes, on crée puis on construit la liste des contraintes
liste_att même_type cons_att cons_att : les contraintes sont de même type, on crée puis contruit la liste des attributs
effectifs_disj : on détermine le type du tirage (répartition) après avoir vérifié que les catégories sont disjointes. On construit la liste caractéristique de la répartition.
rep_liste_avec : calcule la solutio à partir de la formule correspondant à la classe répartition liste avec remise.

m10 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 26
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 5
Avec remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[1, 2], [6, 2]]
Solution du problème m10 : 20520

Plan de résolution :
"On choisit 2 places pour les voyelles, on choisit une voyelle pour la première de ces places, puis une voyelle pour la deuxième.
On choisit 2 autres places pour les "b", on remplit ces 2 places avec des "b", puis on remplit la dernière place restante avec une consonne différente de "b"."

Solution :
C(5,2)x6x6xC(3,2)x19 = 20520.

EXEMPLE (dé4)

Cet exemple est un cas classique de spectre.

Enoncé en langage naturel :
On jette 3 dés cubiques de couleurs différentes.
Combien y a-t-il de résultats comportant deux numéros identiques et le troisième différent des deux autres?

Représentation sous forme de description :

```
(:un  problème
     (action = J)
      (à-dénombrer = D)
     :avec
       (J  :une  action-jeter-dés
         (ensemble-des-dés = E))
      (E  :un ensemble
       (taille = 3)
            (valeurs-différentes-pour  couleur)
            (tout-élément-vérifie  '(:un  dé-cubique)))
      (D  :un ensemble
           (inclus-dans-résultats-de  J)
           (tout-élément-vérifie
          '(:une collection
              (classes-effectif-attribut  1  2  numéro)
               (classes-effectif-attribut  1  1  numéro)))))
```

En Prolog :

```
  problème(dé4).
action(dé4,j).
à_dénombrer(dé4,d).
est_un(j,action_jeter_dés).
ensemble_des_dés(j,e).
est_un(e,ensemble).
taille(e,3).
valeurs_différentes_pour(e,couleur).
tout_élément(e,x).
est_un(x,dé_cubique).
est_un(d,ensemble).
inclus_dans_résultats(d,j).
tout_élément(d,y).
est_un(y,collection).
classes_effectif_attribut(y,1,2,numéro).
classes_effectif_attribut(y,1,1,numéro).
```

Résultat de la classification :

dés : normalisation -> transforme en un tirage avec remise dans l'ensemble de chiffres (1,2,3,4,5,6) pour former une liste de longueur 3.
élément_générique : et le définit comme élément générique résultat_de_action : l'ensemble à dénombrer est lié à l'action
jeton_former : détermination de l'ensemble dans lequel on prend
numérotation : observation de cet ensemble -> attribut possible = numéro.
former_tirer : détermination du type de la collection formée (liste)
former_tirer former : détermination de la taille de la collection formée
former_tirer : détermination de avec remise
liste_vide établir4 établir4 : créer puis construire la liste des contraintes
liste_att même_type cons_att un_att : elles sont de même type, on crée puis construit la liste des attributs qui est réduite à un seul
classes : on déduit le type du tirage = spectre
spectre_liste_avec : calcule la solution par la formule correspondant à la classe spectre liste avec remise

Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 6
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 3
Avec remise
Type du tirage : spectre
Nombre de catégories : 6
Taille commune des catégories : 1
Liste de (nombre de classes, taille classe) : [[1, 1], [1, 2]]
Solution du problème dé4 : 90

Plan de résolution :

"Choisir un numéro, choisir une place puis remplir avec ce numéro,
choisir un autre numéro, choisir 2 places puis remplir avec cet autre numéro."

Solution :

6x3x5x1 = 90.

EXEMPLE (j17)

Voici un exemple assez compliqué, puisqu'on traite le complémentaire du problème posé, qui est lui-même une disjonction de problèmes.

Enoncé en langage naturel :
Dans un sac, se trouvent 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et 4 jetons rouges numérotés de 1 à 4.
On tire au hasard et sans remise 5 jetons dans le sac.
Combien y a-t-il de tirages contenant au moins 2 jetons verts ?

Représentation sous forme de description :

```
(:un  problème
    (action = T)
     (à-dénombrer = D)
    :avec
    (S :un sac
       (contenu = C))
     (T :une action-tirer
        (simultanément)
       (sans-remise)
     (sac = S)
        (nb-éléments-tirés = 5))
     (C :un ensemble
      (taille = 9)
       (réunion-de V R))
     (V :un ensemble
      (taille = 5)
           (tout-élément-vérifie '(:un jeton (couleur = vert)))
            (éléments-numérotés-séquentiellement 1 5))
     (R :un ensemble
      (taille = 4)
           (tout-élément-vérifie '(:un jeton (couleur = rouge)))
            (éléments-numérotés-séquentiellement 1 4))
     (D :un ensemble
         (inclus-dans-résultats-de T)
         (tout-élément-vérifie
        '(:un ensemble
             (effectif-attribut au moins 2 couleur vert)))))
```

En Prolog :

```
fait(problème(j17)).
fait(action(j17,t)).
fait(on_dispose_de(j17,s)).
fait(à_dénombrer(j17,d)).
fait(est_un(t,action_tirer)).
fait(simultanément(t)).
fait(sans_remise(t)).
fait(récipient(t,s)).
fait(nb_éléments_tirés(t,5)).
fait(est_un(s,sac)).
fait(contenu(s,c)).
fait(est_un(c,ensemble)).
```

```
fait(taille(c,9)).
fait(réunion_de(c,[v,r])).
fait(est_un(v,ensemble)).
fait(taille(v,5)).
fait(tout_élément(v,xv)).
fait(est_un(xv,jeton)).
fait(couleur(xv,vert)).
fait(éléments_numérotés_séquentiellement(v,1,5)).
fait(est_un(r,ensemble)).
fait(taille(r,4)).
fait(tout_élément(r,xr)).
fait(est_un(xr,jeton)).
fait(couleur(xr,rouge)).
fait(éléments_numérotés_séquentiellement(r,1,4)).
fait(est_un(d,ensemble)).
fait(inclus_dans_résultats(d,t)).
fait(tout_élément(d,xd)).
fait(est_un(xd,ensemble)).
fait(effectif_attribut(xd,au_moins,2,couleur,vert)).
```

Résultat de la classification :

élément_générique résultat_de_action jeton_tirer réunion type_précisé tirer tirer tirer sans liste_vide établir5 liste_att une_contrainte même_type cons_att un_att réunion réunion réunion réunion liste_att liste_att liste_att une_contrainte une_contrainte une_contrainte même_type même_type même_type cons_att cons_att cons_att un_att un_att un_att effectif_au_moins_compl aucune_contrainte un_effectif un_effectif une_répt0 combinaison combinaison rep_ens
j17 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : complémentaire de p10 par rapport à p13 avec :

p10 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : disjonction des problèmes suivants :
p11 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 1]]
Solution du problème p11 : 5

p12 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5

Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[4, 5]]
Combinaison : C(4,5)
Solution du problème p12 : 0
Solution du problème p10 : 5

p13 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[9, 5]]
Combinaison : C(9,5)
Solution du problème p13 : 126
Solution du problème j17 : 121

Plan de résolution :

"On compte d'abord le nombre de tirages de 5 jetons parmi les 9 jetons (p13) -> C(9,5).
On compte ensuite le nombre de tirages de 5 jetons contenant au plus 1 jeton vert (p10, complémentaire du problème initial) : c'est à dire, on compte
_ le nombre de tirages de 5 jetons contenant exactement 1 jeton vert (p11) : on choisit un jeton vert (C(5,1)), puis on choisit les 4 autres jetons parmi les jetons restant, c'est à dire les rouges (C(4,4)) -> p11= 5.
puis
_ le nombre de tirages de 5 jetons contenant exactement 0 jeton vert (p12) : on choisit les 5 jetons parmi les 4 jetons rouges (C(4,5)) -> p12 = 0.
-> p10 = 5.
On retranche le nombre de solutions du problème complémentaire (p10) au nombre de solutions du problème complet (p13)."

Solution :

C(9,5) - (C(5,1)xC(4,4) + C(4,5)) = C(9,5) - 5 = 121.

EXEMPLE (tc7bis)

Voici l'exemple dit de "la dame de pique" (ici un valet de cœur, voir aussi j8, j8bis et tc7). Sa particularité vient du fait qu'aux attributs considérés (ici couleur et hauteur) correspondent des catégories non distinctes, et dont l'intersection est réduite à un élément (ici le valet de cœur).

Enoncé en langage naturel :
On dispose d'un jeu de 32 cartes. On en tire 5 simultanément.
Quel est le nombre de tirages de 5 cartes qui comportent exactement 2 valets et 2 cœurs ?

Représentation sous forme de description :

```
(:un problème
    (action = T)
     (à-dénombrer = D)
    (on-dispose-de J )
    :avec
    (J :un jeu-de-32-cartes)
     (R :un récipient
       (contenu = J))
     (T :une action-tirer
        (simultanément)
       (récipient = R)
         (nb-éléments-tirés = 5))
     (D :un ensemble
          (inclus-dans-résultats-de T)
          (tout-élément-vérifie
         '(:un ensemble
              (effectif-attribut exactement 2 couleur cœur)
           (effectif-attribut exactement 2 hauteur valet)))))
```

En Prolog :

```
fait(problème(tc7bis)).
fait(on_dispose_de(tc7bis,j)).
fait(à_dénombrer(tc7bis,d)).
fait(action(tc7bis,t)).
fait(est_un(t,action_tirer)).
fait(récipient(t,r)).
fait(est_un(r,récipient)).
fait(contenu(r,j)).
fait(simultanément(t)).
fait(nb_éléments_tirés(t,5)).
fait(est_un(d,ensemble)).
fait(inclus_dans_résultats(d,t)).
fait(tout_élément(d,xd)).
fait(est_un(xd,ensemble)).
fait(effectif_attribut(xd,exactement,2,hauteur,valet)).
fait(effectif_attribut(xd,exactement,2,couleur,cœur)).
fait(est_un(j,jeu_de_32_cartes)).
```

Résultat de la classification :

tc7bis :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : disjonction des problèmes suivants :
p11 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 31
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 4
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[7, 1], [3, 1]]
Solution du problème p11 : 4410

p12 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 31
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[7, 2], [3, 2]]
Solution du problème p12 : 1323
Solution du problème tc7bis : 5733

Plan de résolution :

" On considère que le problème est la disjonction de 2 problèmes, celui où les tirages contiennent le valet de cœur et celui où les tirages ne le contiennent pas.
_ On considère d'abord les tirages où figure le valet de cœur (p11) :
il reste 4 cartes à choisir parmi 31, dont un cœur parmi les 7 restant (C(7,1)), et un valet parmi les 3 restant (C(3,1)), il reste 2 cartes à choisir parmi 21.
_ Conidérons maintenant les tirages où ne figure pas le valet de cœur (p12) :
il reste 5 cartes à choisir parmi 31, dont 2 cœurs parmi les 7 restant (C(7,2)), et 2 valets parmi les 3 restants (C(3,2)), il reste 21 possibilités pour la dernière carte."

Solution :

(7 x 3 x C(21,2)) + (C(7,2) x C(3,2) x 21) = 5733

EXEMPLE (m13)

Cet exemple est celui de la jointure : on compte les possibilités pour certains éléments suivant une méthode, et les possibilités pour les autres éléments suivant une autre méthode.

Enoncé en langage naturel :

Combien y a-t-il de mots de 6 lettres commençant par une voyelle et dont le reste du mot est composé avec deux lettres, l'une présente 3 fois, et l'autre présente 2 fois ?

Représentation sous forme de description :

```
(:un problème
    (action = F)
     (à-dénombrer = D)
    :avec
      (F :une action-former
       (au-moyen-de = E)
          (tout-résultat-vérifie
          '(:une concaténation
           (taille = 6)
           (répétitions-possibles)
           (concaténation-de M N))))
    (M :un mot
       (taille = 1)
       (effectif-attribut exactement 1 type-lettre voyelle))
    (N :un mot
       (taille = 5)
       (classes-effectif-attribut 1 2 lettre)
       (classes-effectif-attribut 1 3 lettre))
     (E :un ensemble
       (éléments "a" .... "z"))
     (D :un ensemble
          (ens-des-résultats-de F)))
```

En Prolog :

```
fait(problème(m13)).
fait(action(m13,f)).
fait(à_dénombrer(m13,d)).
fait(est_un(f,action_former)).
fait(au_moyen_de(f,a)).
fait(tout_résultat(f,r)).
fait(taille(r,6)).
fait(répétitions_possibles(r)).
fait(est_un(r,concaténation)).
fait(concaténation(r,[m,n])).
fait(est_un(m,mot)).
fait(taille(m,1)).
fait(effectif_attribut(m,exactement,1,type_lettre,voyelle)).
fait(est_un(n,mot)).
fait(taille(n,5)).
fait(classes_effectif_attribut(n,1,2,lettre)).
```

```
fait(classes_effectif_attribut(n,1,3,lettre)).
fait(est_un(a,ensemble)).
fait(taille(a,26)).
fait(tout_élément(a,xa)).
fait(est_un(xa,lettre)).
fait(est_un(d,ensemble)).
fait(ens_des_résultats(d,f)).
```

Résultat de la classification :

```
m13 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 26
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 6
Avec remise
Type du tirage : jointure des problèmes suivants :
p43 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 26
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 1
Avec remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[6, 1]]
Produit cartésien : 6^1
Solution du problème p43 : 6


p44 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 26
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 5
Avec remise
Type du tirage : spectre
Nombre de catégories : 26
Taille commune des catégories : 1
Liste de (nombre de classes, taille classe) : [[1, 3], [1, 2]]
Solution du problème p44 : 6500
Solution du problème m13 : 39000
```

Plan de résolution :

" On compte d'abord le nombre de possibilités pour que la première lettre soit une voyelle : il y en a 6.
On compte ensuite le nombre de possibilité pour qu'un mot de 5 lettres soit composé de 2 lettres, l'une répétée 2 fois et l'autre 3 fois :
On choisit une première lettre (26), puis on choisit 2 places pour cette lettre(C(5,2)), puis on choisit une deuxième lettre différente de la première(25), qu'on met dans les 3 places restantes.
On multiplie le nombre de solutions des deux problèmes pour avoir la solution finale. "

Solution :

6 x (26 x C(5,2) x 25) = 39000

ANNEXE C

On présente tous les résultats obtenus par le système, avec pour chaque exercice, son énoncé en langage naturel (pour une meilleure lisibilité) et le résultat de la classification, avec la solution.

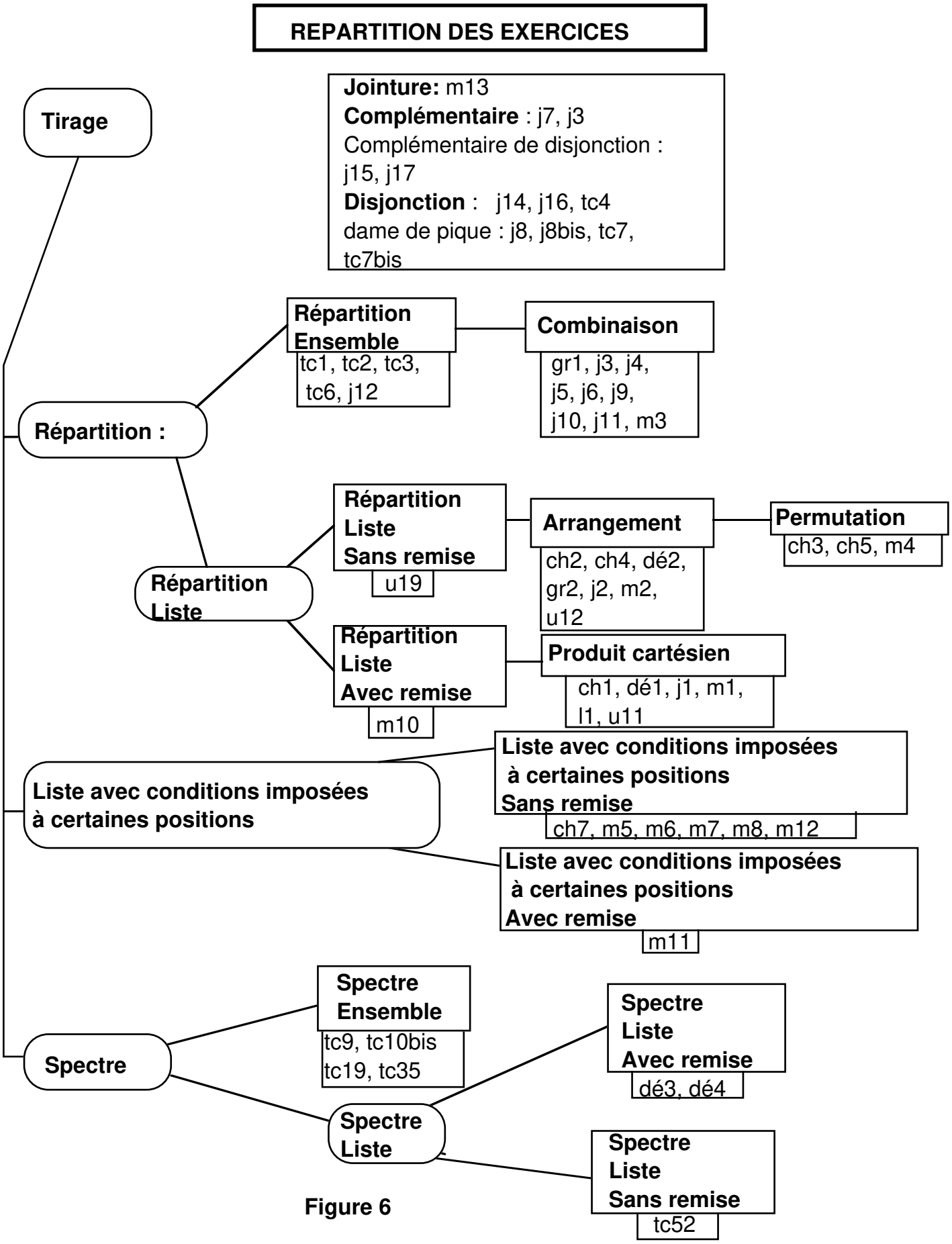
REPARTITION DES EXERCICES
Jointure: m13
Complémentaire : j7, j3
Complémentaire de disjonction : j15, j17
Disjonction : j14, j16, tc4
dame de pique : j8, j8bis, tc7, tc7bis
Tirage
Répartition :
Répartition Ensemble
tc1, tc2, tc3, tc6, j12
Combinaison
gr1, j3, j4, j5, j6, j9, j10, j11, m3
Répartition Liste
Répartition Liste Sans remise
u19
Arrangement
ch2, ch4, dé2, gr2, j2, m2, u12
Permutation
ch3, ch5, m4
Répartition Liste Avec remise
m10
Produit cartésien
ch1, dé1, j1, m1, l1, u11
Liste avec conditions imposées à certaines positions
Liste avec conditions imposées à certaines positions Sans remise
ch7, m5, m6, m7, m8, m12
Liste avec conditions imposées à certaines positions Avec remise
m11
Spectre
Spectre Ensemble
tc9, tc10bis tc19, tc35
Spectre Liste
Spectre Liste Avec remise
dé3, dé4
Spectre Liste Sans remise
tc52

Figure 6

ch1 :
Combien de nombres distincts de 4 chiffres peut-on former en n'utilisant que 2, 4, 5, 6, 8 et 9 ?

ch1 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 6
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 4
Avec remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[6, 4]]
Produit cartésien : 6^4
Solution du problème ch1 : 1296

ch2 :
Combien de nombres distincts de 4 chiffres peut-on former à l'aide des chiffres 2, 4, 5, 6, 8 et 9, chacun étant utilisé au plus une fois ?

ch2 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 6
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 4
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[6, 4]]
Arrangement : A(6,4)
Solution du problème ch2 : 360

ch3 :
On dispose de 6 plaquettes sur lesquelles sont inscrits les chiffres 2, 4, 5, 6, 8 et 9. Combien de nombres distincts peut-on former en les utilisant tous une fois et une seule fois ?

ch3 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 6
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 6
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[6, 6]]
Arrangement : A(6,6)
Permutation : P(6)
Solution du problème ch3 : 720

ch4 : Un enfant forme des nombres sans répétitions avec des chiffres de 1 à 7. Combien peut-il former de nombres de 3 chiffres ?

ch4 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 7
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :

[[7, 3]]
Arrangement : A(7,3)
Solution du problème ch4 : 210

ch5 : Un enfant forme des nombres sans répétitions avec des chiffres de 1 à 7. Combien peut-il former de nombres de 7 chiffres ?

ch5 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 7
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 7
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[7, 7]]
Arrangement : A(7,7)
Permutation : P(7)
Solution du problème ch5 : 5040

ch7 : Un enfant forme des nombres sans répétitions avec des chiffres de 1 à 7. Combien peut-il former de nombres de 7 chiffres dont le chiffre des unités est 5 ?

ch7 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 7
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 7
Sans remise
Type du tirage : liste avec conditions imposées à certaines positions
Liste de (position,taille de la catégorie) : [[7, 1]]
Solution du problème ch7 : 720

ch12 :
Combien de nombres de 5 chiffres peut-on constituer avec les chiffres pairs?

ch12 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 5
Avec remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[4, 5]]
Produit cartésien : 4^5
Solution du problème ch12 : 1024

ch12bis :
Combien de nombres de 5 chiffres peut-on constituer avec les chiffres impairs ?

ch12bis :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 5
Avec remise

Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 5]]
Produit cartésien : 5^5
Solution du problème ch12bis : 3125

dé1 :
On jette 3 dés cubiques de couleurs différentes.
Combien y a-t-il de résultats possibles?

dé1 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 6
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 3
Avec remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[6, 3]]
Produit cartésien : 6^3
Solution du problème dé1 : 216

dé2 :
On jette 3 dés cubiques de couleurs différentes.
Combien y a-t-il de résultats comportant trois numéros différents deux à deux?

dé2 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 6
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[6, 3]]
Arrangement : A(6,3)
Solution du problème dé2 : 120

dé3 :
On jette 3 dés cubiques de couleurs différentes.
Combien y a-t-il de résultats comportant trois numéros identiques?

dé3 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 6
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 3
Avec remise
Type du tirage : spectre
Nombre de catégories : 6
Taille commune des catégories : 1
Liste de (nombre de classes, taille classe) : [[1, 3]]
Solution du problème dé3 : 6

dé4 :
On jette 3 dés cubiques de couleurs différentes.
Combien y a-t-il de résultats comportant deux numéros identiques et le troisième différent des deux autres?

dé4 :

Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 6
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 3
Avec remise
Type du tirage : spectre
Nombre de catégories : 6
Taille commune des catégories : 1
Liste de (nombre de classes, taille classe) : [[1, 1], [1, 2]]
Solution du problème dé4 : 90

g r 1 :
Dans une classe de 36 élèves, combien de façons a-t-on de choisir deux délégués ?

gr1 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 36
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 2
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[36, 2]]
Combinaison : C(36,2)
Solution du problème gr1 : 630

g r 2 :
Dans une classe de 36 élèves, combien de façons a-t-on de choisir un responsable de cahier de texte et son suppléant ?

gr2 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 36
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 2
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[36, 2]]
Arrangement : A(36,2)
Solution du problème gr2 : 1260

j1 :
Un sac contient 9 jetons numérotés de 1, 2, 3, ..., 9.
On tire 3 jetons successivement, en remettant à chaque fois le jeton tiré dans le sac avant de tirer le suivant. On écrit côte à côte chacun des trois chiffres tirés, dans l'ordre du tirage, formant ainsi un nombre de 3 chiffres.
Combien peut-on obtenir de résultats différents ?

j1 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 3
Avec remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[9, 3]]
Produit cartésien : 9^3
Solution du problème j1 : 729

j2 :
Un sac contient 9 jetons numérotés de 1, 2, 3, ..., 9.
On procède au tirage de 3 jetons successivement, mais sans remise. On place les jetons côte à côte, dans l'ordre du tirage.
Combien peut-on former ainsi de nombres de 3 chiffres ?

j2 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[9, 3]]
Arrangement : A(9,3)
Solution du problème j2 : 504

j3 :
Un sac contient 9 jetons numérotés de 1, 2, 3, ..., 9.
On procède au tirage de 3 jetons simultanément.
Combien peut-on obtenir de résultats différents ?

j3 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[9, 3]]
Combinaison : C(9,3)
Solution du problème j3 : 84

j4 :
Dans un sac, se trouvent 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et 4 jetons rouges numérotés de 1 à 4.
On tire au hasard et sans remise 3 jetons dans le sac.
Combien y a-t-il de tirages possibles ?

j4 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[9, 3]]
Combinaison : C(9,3)
Solution du problème j4 : 84

j5 :
Dans un sac, se trouvent 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et 4 jetons rouges numérotés de 1 à 4.
On tire au hasard et sans remise 3 jetons dans le sac.

Combien y a-t-il de tirages possibles ne contenant que des jetons verts?

j5 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 3]]
Combinaison : C(5,3)
Solution du problème j5 : 10

j6 :
Dans un sac, se trouvent 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et 4 jetons rouges numérotés de 1 à 4.
On tire au hasard et sans remise 3 jetons dans le sac.
Combien y a-t-il de tirages ne contenant aucun jeton vert ?

j6 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[4, 3]]
Combinaison : C(4,3)
Solution du problème j6 : 4

j7 :
Dans un sac, se trouvent 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et 4 jetons rouges numérotés de 1 à 4.
On tire au hasard et sans remise 3 jetons dans le sac.
Combien y a-t-il de tirages contenant au plus 2 jetons verts ?

j7 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : complémentaire de p0 par rapport à p1 avec :

p0 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 3]]
Combinaison : C(5,3)
Solution du problème p0 : 10

p1 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble

Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[9, 3]]
Combinaison : C(9,3)
Solution du problème p1 : 84
Solution du problème j7 : 74

j8:
Dans un sac, se trouvent 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et 4 jetons rouges numérotés de 1 à 4.
On tire au hasard et sans remise 3 jetons dans le sac.
Combien y a-t-il de tirages contenant exactement un jeton vert et un jeton numéroté 2 ?

j8 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : disjonction des problèmes suivants :
p2 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 8
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 2
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[4, 0], [1, 0]]
Solution du problème p2 : 3

p3 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 8
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[4, 1], [1, 1]]
Solution du problème p3 : 12
Solution du problème j8 : 15

j8bis:
Dans un sac, se trouvent 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et 4 jetons rouges numérotés de 1 à 4.
On tire au hasard et sans remise 3 jetons dans le sac.
Combien y a-t-il de tirages contenant exactement 2 jetons verts et 2 jetons numéroté 2 ?

j8bis :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : disjonction des problèmes suivants :
p3 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 8

Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 4
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[4, 1], [1, 1]]
Solution du problème p3 : 12

p4 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 8
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[4, 2], [1, 2]]
Solution du problème p4 : 0
Solution du problème j8bis : 12

j9 :
Un sac contient 19 jetons numérotés de 1 à 19.
Combien peut-on former d'ensembles de 4 jetons ?

j9 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 19
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 4
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[19, 4]]
Combinaison : C(19,4)
Solution du problème j9 : 3876

j10 :
Un sac contient 19 jetons numérotés de 1 à 19.
Combien peut-on former d'ensembles de 4 jetons ne comportant que des jetons de numéros pairs ?

j10 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 19
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 4
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[9, 4]]
Combinaison : C(9,4)
Solution du problème j10 : 126

j11 :
Un sac contient 19 jetons numérotés de 1 à 19.
Combien peut-on former d'ensembles de 4 jetons ne comportant que des jetons de numéros impairs ?

j11 :

Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 19
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 4
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[10, 4]]
Combinaison : C(10,4)
Solution du problème j11 : 210

j12 :
Un sac contient 19 jetons numérotés de 1 à 19.
Combien peut-on former d'ensembles de 4 jetons dont un seul jeton porte un numéro pair ?

j12 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 19
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 4
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[9, 1]]
Solution du problème j12 : 1080

j13:
Un sac contient 19 jetons numérotés de 1 à 19.
Combien peut-on former d'ensembles de 4 jetons dont un jeton au moins porte un numéro pair ?

j13 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 19
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 4
Sans remise
Type du tirage : complémentaire de p5 par rapport à p6 avec :

p5 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 19
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 4
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[10, 4]]
Combinaison : C(10,4)
Solution du problème p5 : 210

p6 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 19
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 4
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[19, 4]]
Combinaison : C(19,4)

Solution du problème p6 : 3876
Solution du problème j13 : 3666

j14:
Dans un sac, se trouvent 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et 4 jetons rouges numérotés de 1 à 4.
On tire au hasard et sans remise 5 jetons dans le sac.
Combien y a-t-il de tirages contenant au plus 2 jetons verts ?

j14 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : disjonction des problèmes suivants :
p15 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 2]]
Solution du problème p15 : 40

p16 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 1]]
Solution du problème p16 : 5

p17 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[4, 5]]
Combinaison : C(4,5)
Solution du problème p17 : 0
Solution du problème j14 : 45

j15:
Dans un sac, se trouvent 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et 4 jetons rouges numérotés de 1 à 4.
On tire au hasard et sans remise 5 jetons dans le sac.
Combien y a-t-il de tirages contenant au plus 3 jetons verts ?

j15 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5

Sans remise
Type du tirage : complémentaire de p6 par rapport à p9 avec :

p6 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : disjonction des problèmes suivants :
p7 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 5]]
Combinaison : C(5,5)
Solution du problème p7 : 1

p8 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 4]]
Solution du problème p8 : 20
Solution du problème p6 : 21

p9 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[9, 5]]
Combinaison : C(9,5)
Solution du problème p9 : 126
Solution du problème j15 : 105

j16:
Dans un sac, se trouvent 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et 4 jetons rouges numérotés de 1 à 4.
On tire au hasard et sans remise 5 jetons dans le sac.
Combien y a-t-il de tirages contenant au moins 4 jetons verts ?

j16 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : disjonction des problèmes suivants :
p0 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9

Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 5]]
Combinaison : C(5,5)
Solution du problème p0 : 1

p1 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 4]]
Solution du problème p1 : 20
Solution du problème j16 : 21

j17:
Dans un sac, se trouvent 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et 4 jetons rouges numérotés de 1 à 4.
On tire au hasard et sans remise 5 jetons dans le sac.
Combien y a-t-il de tirages contenant au moins 2 jetons verts ?

j17 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : complémentaire de p10 par rapport à p13 avec :

p10 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : disjonction des problèmes suivants :
p11 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 1]]
Solution du problème p11 : 5

p12 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[4, 5]]
Combinaison : C(4,5)

Solution du problème p12 : 0
Solution du problème p10 : 5

p13 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 9
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[9, 5]]
Combinaison : C(9,5)
Solution du problème p13 : 126
Solution du problème j17 : 121

l1 :
Le numéro gagnant d'une petite loterie est désigné en faisant tourner 3 roues divisées en 5 secteurs numérotés de 1 à 5. Combien y a-t-il de résultats possibles ?

l1 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 5
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 3
Avec remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 3]]
Produit cartésien : 5^3
Solution du problème l1 : 125

m1 :
On considère l'alphabet réduit constitué des 5 lettres {e,a,s,n,i} Combien de mots de 3 lettres peut-on composer avec cet alphabet sachant qu'un mot peut contenir plusieurs fois la même lettre ? (on ne tient pas compte du sens des mots ainsi formés).

m1 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 5
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 3
Avec remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 3]]
Produit cartésien : 5^3
Solution du problème m1 : 125

m2 :
On considère l'alphabet réduit constitué des 5 lettres {e,a,s,n,i} Combien de mots de 3 lettres peut-on composer avec cet alphabet sachant que toutes les lettres d'un même mot doivent être distinctes ?

m2 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 5
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 3

Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 3]]
Arrangement : A(5,3)
Solution du problème m2 : 60

m3 :
On considère l'alphabet réduit constitué des 5 lettres {e,a,s,n,i} Parmi les mots de 3 lettres distinctes composés avec cet alphabet, on regroupe ceux constituée de même lettres (on considère les ensembles de lettres), combien y en a-t-il ?

m3 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 5
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[5, 3]]
Combinaison : C(5,3)
Solution du problème m3 : 10

m4 :
On appelle "mot" toute permutation de lettres données. Avec les lettres du mot BUNGALOW, combien peut-on former de mots de 8 lettres ?

m4 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 8
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 8
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[8, 8]]
Arrangement : A(8,8)
Permutation : P(8)
Solution du problème m4 : 40320

m5 :
On appelle "mot" toute permutation de lettres données. Avec les lettres du mot BUNGALOW, combien peut-on former de mots de 8 lettres commençant par 2 consonnes ?

m5 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 8
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 8
Sans remise
Type du tirage : liste avec conditions imposées à certaines positions
Liste de (position,taille de la catégorie) : [[5, 2]]
Solution du problème m5 : 14400

m6 :

On appelle "mot" toute permutation de lettres données. Avec les lettres du mot BUNGALOW, combien peut-on former de mots de 8 lettres commençant par 2 voyelles ?

m6 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 8
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 8
Sans remise
Type du tirage : liste avec conditions imposées à certaines positions
Liste de (position,taille de la catégorie) : [[3, 2]]
Solution du problème m6 : 4320

m7 :
On appelle "mot" toute permutation de lettres données. Avec les lettres du mot BUNGALOW, combien peut-on former de mots de 8 lettres commençant et finissant par une voyelle ?

m7 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 8
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 8
Sans remise
Type du tirage : liste avec conditions imposées à certaines positions
Liste de (position,taille de la catégorie) : [[3, 2]]
Solution du problème m7 : 4320

m8 :
On appelle "mot" toute permutation de lettres données. Avec les lettres du mot BUNGALOW, combien peut-on former de mots de 8 lettres commençant par une consonne et finissant par une voyelle ?

m8 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 8
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 8
Sans remise
Type du tirage : liste avec conditions imposées à certaines positions
Liste de (position,taille de la catégorie) : [[3, 1], [5, 1]]
Solution du problème m8 : 10800

m10 :
Combien y a-t-il de mots de cinq lettres contenant exactement deux voyelles et deux "b" ?

m10 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 26
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 5
Avec remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[1, 2], [6, 2]]
Solution du problème m10 : 20520

m11:
Combien y a-t-il de mots de 5 lettres commençant par une voyelle?

m11 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 26
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 5
Avec remise
Type du tirage : liste avec conditions imposées à certaines positions
Liste de (position,taille de la catégorie) : [[6,]]
Solution du problème m11 : 2741856

m12:
Combien y a-t-il de mots de 5 lettres toutes différentes commençant par une voyelle?

m12 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 26
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : liste avec conditions imposées à certaines positions
Liste de (position,taille de la catégorie) : [[6, 1]]
Solution du problème m12 : 1821600

m13 :
Combien y a-t-il de mots de 6 lettres commençant par une voyelle et dont le reste du mot est composé avec deux lettres, l'une présente 3 fois, et l'autre présente 2 fois ?

m13 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 26
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 6
Avec remise
Type du tirage : jointure des problèmes suivants :
p43 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 26
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 1
Avec remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[6, 1]]
Produit cartésien : 6^1
Solution du problème p43 : 6

p44 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 26
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 5
Avec remise
Type du tirage : spectre
Nombre de catégories : 26
Taille commune des catégories : 1
Liste de (nombre de classes, taille classe) : [[1, 3], [1, 2]]
Solution du problème p44 : 6500
Solution du problème m13 : 39000

tc1 :
Une "main" est un ensemble de 8 cartes d'un jeu de 32 cartes.

Combien existe-t-il de mains contenant exactement 2 piques ?

tc1 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 8
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[8, 2]]
Solution du problème tc1 : 3768688

tc2 :
Une "main" est un ensemble de 8 cartes d'un jeu de 32 cartes. Combien existe-t-il de mains contenant exactement 3 piques, 2 carreaux et 3 trèfles ?

tc2 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 8
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[8, 3], [8, 2], [8, 3]]
Solution du problème tc2 : 87808

tc3 :
Une "main" est un ensemble de 8 cartes d'un jeu de 32 cartes. Combien existe-t-il de mains contenant les 4 valets ?

tc3 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 8
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[4, 4]]
Solution du problème tc3 : 20475

tc4 :
Une "main" est un ensemble de 8 cartes d'un jeu de 32 cartes. Combien existe-t-il de mains contenant au moins 6 cœurs ?

tc4 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 8
Sans remise
Type du tirage : disjonction des problèmes suivants :
p0 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 8
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :

[[8, 8]]
Combinaison : C(8,8)
Solution du problème p0 : 1

p1 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 8
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[8, 7]]
Solution du problème p1 : 192

p2 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 8
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[8, 6]]
Solution du problème p2 : 7728
Solution du problème tc4 : 7921

tc6 :
On dispose d'un jeu de 32 cartes. On en tire 3 simultanément.
Quel est le nombre de tirages de 3 cartes qui comportent exactement 1 valet ?

tc6 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[4, 1]]
Solution du problème tc6 : 1512

tc7 :
On dispose d'un jeu de 32 cartes. On en tire 3 simultanément.
Quel est le nombre de tirages de 3 cartes qui comportent exactement 1 valet et 1 cœur ?

tc7 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : disjonction des problèmes suivants :
p7 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 31
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 2
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :

[[7, 0], [3, 0]]
Solution du problème p7 : 210

p8 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 31
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[7, 1], [3, 1]]
Solution du problème p8 : 441
Solution du problème tc7 : 651

tc7bis :
On dispose d'un jeu de 32 cartes. On en tire 5 simultanément.
Quel est le nombre de tirages de 5 cartes qui comportent exactement 2 valets et 2 cœurs ?

tc7bis :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : disjonction des problèmes suivants :
p11 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 31
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 4
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[7, 1], [3, 1]]
Solution du problème p11 : 4410

p12 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 31
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[7, 2], [3, 2]]
Solution du problème p12 : 1323
Solution du problème tc7bis : 5733

tc9 :
Dans un jeu de 32 cartes combien y a-t-il de façons de choisir 3 cartes qui soient de même valeur (3 as ou 3 rois ou ...) ?

tc9 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : spectre
Nombre de catégories : 8

Taille commune des catégories : 4
Liste de (nombre de classes, taille classe) : [[1, 3]]
Solution du problème tc9 : 32

tc10bis :
Dans un jeu de 32 cartes combien y a-t-il de façons de choisir 3 cartes qui soient de valeurs différentes ?

tc10bis :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 3
Sans remise
Type du tirage : spectre
Nombre de catégories : 8
Taille commune des catégories : 4
Liste de (nombre de classes, taille classe) : [[3, 1]]
Solution du problème tc10bis : 3584

tc19 :
Avec un jeu de 32 cartes, combien peut-on former de mains de 8 cartes contenant 2 cartes d'une couleur et 6 d'une autre ?

tc19 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 8
Sans remise
Type du tirage : spectre
Nombre de catégories : 4
Taille commune des catégories : 8
Liste de (nombre de classes, taille classe) : [[1, 6], [1, 2]]
Solution du problème tc19 : 9408

tc35 :
On considère les mains de 5 cartes qu'on peut constituer avec un jeu de 32 cartes à jouer. Déterminer le nombre de mains de 5 cartes qui contiennent un full, c'est à dire 3 cartes de même hauteur, et 2 autres cartes de même hauteur.

tc35 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : ensemble
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : spectre
Nombre de catégories : 8
Taille commune des catégories : 4
Liste de (nombre de classes, taille classe) : [[1, 2], [1, 3]]
Solution du problème tc35 : 1344

tc52 :
On tire cinq cartes successivement, sans remise, et on forme une liste. Combien y a-t-il de listes comportant deux cartes d'une couleur et 3 cartes d'une autre couleur ?

tc52 :

Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 32
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 5
Sans remise
Type du tirage : spectre
Nombre de catégories : 4
Taille commune des catégories : 8
Liste de (nombre de classes, taille classe) : [[1, 3], [1, 2]]
Solution du problème tc52 : 2257920

u11 :
On place 26 cartons dans une urne, chacun portant une lettre de l'alphabet . On forme des mots de 6 lettres en tirant successivement six cartons avec remise dans l'urne après chaque tirage.
Combien de mots différents peut-on former?

u11 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 26
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 6
Avec remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[26, 6]]
Produit cartésien : 26^6
Solution du problème u11 : 308915776

u12 :
On place 26 cartons dans une urne, chacun portant une lettre de l'alphabet . On forme des mots de 6 lettres en tirant successivement six cartons sans les remettre dans l'urne après chaque tirage.
Combien de mots différents de 6 lettres peut-on ainsi former?

u12 :
Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 26
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 6
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :
[[26, 6]]
Arrangement : A(26,6)
Solution du problème u12 : 165765600

u19 :
On place 26 cartons dans une urne, chacun portant une lettre de l'alphabet . On forme des mots de 6 lettres en tirant successivement six cartons sans les remettre dans l'urne après chaque tirage.
Combien de mots différents de 6 lettres contenant exactement deux voyelles peut-on ainsi former?

Taille de l'ensemble dans lequel on prend : 26
Type de la collection formée : liste
Taille de la collection formée : 6
Sans remise
Type du tirage : répartition
Liste de (taille catégorie, taille échantillon) :

[[6, 2]]
Solution du problème u19 : 52326000

ANNEXE D

```
/*****************************************************/
/ *              LA BASE DE REGLES                    * /
/*****************************************************/

/*************************************************/
/ *          Premier paquet : normaliser          * /
/*************************************************/

/* On veut transformer un problème de loterie où on tourne des roues en une
formation de nombre en tirant dans un ensemble de chiffres (le nombre de
secteurs des roues) */
/* 11 */
règle(loterie,normaliser):-
 si(     [problème(P),
         action(P,A),
         est_un(A,action_faire_tourner_roues),
         ensemble_des_roues(A,E),
         est_un(E,ensemble),
         taille(E,N),
         tout_élément(E,X),
         est_un(X,roue_de_loterie),
         nombre_de_secteurs(X,K),
         secteurs_numérotés_séquentiellement(X,1,K),
         à_dénombrer(P,D),
         est_un(D,ensemble),
         ens_des_résultats(D,A)]),
alors(  [eval_prolog(gensym(a,B)),modifier(action(P,A),action(P,B)),
         ajouter(est_un(B,action_former)),
         modifier(ens_des_résultats(D,A),ens_des_résultats(D,B)),
         eval_prolog(gensym(a,T)),ajouter(en_effectuant(B,T)),
         eval_prolog(gensym(x,Y)),ajouter(tout_résultat(B,Y)),
         ajouter(est_un(Y,liste_chiffres)),
         ajouter(taille(Y,N)),
         ajouter(est_un(T,action_tirer)),
         ajouter(avec_remise(T)),
         ajouter(successivement(T)),
         eval_prolog(gensym(r,R)),ajouter(récipient(T,R)),
         ajouter(nb_éléments_tirés(T,N)),
         ajouter(est_un(R,récipient)),
         eval_prolog(gensym(e,F)),ajouter(contenu(R,F)),
         ajouter(est_un(F,ensemble)),
         ajouter(taille(F,K)),
         ajouter(éléments_numérotés_séquentiellement(F,1,K))]).


/*************************************************/
/ *        On observe l'ensemble à dénombrer    * /
/*************************************************/

/* on nomme l'élément générique Y de l'ensemble D à dénombrer dans le
problème P, c'est juste pour y avoir plus facilement accès, il est souvent utilisé */
règle(élément_générique,à_dénombrer):-
 si(     [problème(P),
         à_dénombrer(P,D),
         est_un(D,ensemble),
         tout_élément(D,Y)]),
 alors([ajouter(élément_générique(P,Y))]).
```

```
/* on observe que l'ensemble à dénombrer D est déterminé à partir des résultats
de l'action A du problème P */
/* ch1, ch2, ch3, dé1, gr1, gr2, j1, j2, j3, j4, m1, m4, m10, m11 */
/* u11, u12, u19, l1 */
/* dé2, dé3, dé4, j5, j6, j7, j8, tc52 */
règle(résultat_de_action,à_dénombrer):-
 si(     [problème(P),
         à_dénombrer(P,D),
         est_un(D,ensemble),
         action(P,F),
         eval_prolog(member(M,[ens_des_résultats,inclus_dans_résultats])),
         M(D,F)]),
 alors([ajouter(résultat_de_action(P))]).


/*************************************************/
/*   Déterminer l'ensemble dans lequel on prend   * /
/*************************************************/

/* quand on forme au moyen d'un ensemble, c'est cet ensemble */
/* m1, m4, ch1, ch2, ch3 */
règle(former_au_moyen_de,det_ens):-
 si(     [problème(P),
         action(P,A),
         est_un(A,action_former),
         au_moyen_de(A,E),
         résultat_de_action(P),
         élément_générique(P,Y)]),
 alors([ajouter(ens_ds_lequel_on_prend(P,E)),
         ajouter(formé_avec(Y,E))]).

/* dans une attribution de rôles, c'est l'ensemble de départ de la fonction dans
lequel on prend */
/* gr1, gr2 */
règle(attrib_rôle,det_ens):-
 si(     [problème(P),
         action(P,A),
         est_un(A,action_attribuer_rôles),
         ensemble(A,E),
         résultat_de_action(P),
         élément_générique(P,Y)]),
 alors([ajouter(ens_ds_lequel_on_prend(P,E)),
         ajouter(est_un(Y,fonction)),
         ajouter(ens_départ(Y,E))]).

/*si on forme en tirant, c'est le contenu du récipient dans lequel on tire */
/* j1, j2, l1, dé1, dé2, dé3, dé4, u11, u12, u19 */
règle(jeton_former,det_ens):-
 si(     [problème(P),
         action(P,A),
         est_un(A,action_former),
         en_effectuant(A,T),
         est_un(T,action_tirer),
         récipient(T,S),
         est_un(S,récipient),
         contenu(S,E),
         résultat_de_action(P),
```

```
        élément_générique(P,Y)]),
  alors([ajouter(ens_ds_lequel_on_prend(P,E)),
        ajouter(formé_avec(Y,E))]).

/*************************************************/
/* Observer l'ensemble dans lequel on prend      */
/*************************************************/

/* pour un ensemble d'éléments numérotés séquentiellement, les catégories
peuvent être formées sur l'attribut numéro ou la parité */
/* dé1, dé2, dé3, dé4, j1, j2, j3, l1 */
règle(numérotation,obs_ens):-
  si(     [problème(P),
        ens_ds_lequel_on_prend(P,E),
        est_un(E,ensemble),
        taille(E,N),
        éléments_numérotés_séquentiellement(E,1,N)]),
  alors([ajouter(attribut_possible(P,numéro)),
        ajouter(nombre_catégories(P,numéro,N)),
        ajouter(taille_catégorie(P,numéro,1)),
        ajouter(taille_catégorie(P,numéro,_,1)),
        ajouter(attribut_possible(P,parité)),
        ajouter(nombre_catégories(P,parité,2))]).


/*************************************************/
/*    Déterminer le type de la collection formée */
/*************************************************/

/* si on forme en tirant successivement, c'est une liste */
/*                       simultanément, c'est un ensemble */
/* dé1, dé2, dé3, dé4, j1, j2, l1, tc52 */
règle(former_tirer,type_collection):-
  si(     [problème(P),
        action(P,F),
        est_un(F,action_former),
        en_effectuant(F,T),
        est_un(T,action_tirer),
        eval_prolog(mode_tirage(T,M)),
        eval_prolog(type_collection_associé(M,Ta)),
        résultat_de_action(P),
        élément_générique(P,Y)]),
  alors([ajouter(type_collection_formée(P,Ta)),
        modifier(est_un(Y,_),est_un(Y,Ta))]).


/*************************************************/
/*     Déterminer la taille de la collection formée */
/*************************************************/

/* si on forme en tirant, c'est le nombre d'éléments tirés */
/* dé1, dé2, dé3, dé4, j1, j2, l1, u11, u12, u19 */
règle(former_tirer,taille_collection):-
  si(     [problème(P),
        action(P,F),
        est_un(F,action_former),
        en_effectuant(F,T),
        est_un(T,action_tirer),
```

```
        nb_éléments_tirés(T,N),
        résultat_de_action(P),
        élément_générique(P,Y)]),
  alors([ajouter(taille_collection_formée(P,N)),
        ajouter(taille(Y,N))]).

/*****************************************************/
/ *     On détermine avec_remise ou sans_remise    * /
/*****************************************************/

/* si on forme un résultat où chaque élément apparaît au plus/exactement une
fois, c'est sans */
/* ch2, ch3 */
règle(former_au_plus_exactement,remise):-
  si(     [problème(P),
        action(P,F),
        est_un(F,action_former),
        tout_résultat(F,X),
        eval_prolog(member(Z,[au_plus,exactement])),
        effectif_chaque_élément(X,Z,1),
        résultat_de_action(P),
        élément_générique(P,Y)]),
  alors([ajouter(remise(P,sans)),
        ajouter(répétitions(Y,sans))]).

/* si la collection formée est un ensemble, c'est sans */
/* tc1, tc9, tc52 */
/* j3, j4, j5, j6, j7, j8 */
règle(sans,remise):-
  si(     [problème(P),
        type_collection_formée(P,ensemble),
        à_dénombrer(P,D),
        est_un(D,ensemble),
        tout_élément(D,Y)]),
  alors([ajouter(remise(P,sans)),
        ajouter(répétitions(Y,sans))]).

  /* on forme par défaut avec remise*/
/* ch1, règle par défaut */
règle(former_défaut,remise):-
  si(     [problème(P),
        eval_prolog(not(fait(remise(P,avec)))),
        eval_prolog(not(fait(remise(P,sans)))),
        action(P,F),
        est_un(F,action_former),
        tout_résultat(F,R),
        est_un(R,M),
        eval_prolog(member(M,[liste_chiffres,mot])),
        résultat_de_action(P),
        élément_générique(P,Y)]),
  alors([ajouter(remise(P,avec)),
        ajouter(répétitions(Y,avec))]).


/*****************************************************/
/ *       Etablir la liste des contraintes          * /
/*****************************************************/
```

```
/* on initialise à la liste vide */
règle(liste_vide,init_contraintes):-
  si(     [problème(P)]),
  alors([ajouter(contraintes(P,[]))]).

/* les prédicats de contrainte d'arité 5 */
règle(établir5,contraintes):-
  si(     [problème(P),
          élément_générique(P,Y),
          eval_prolog(est_une_contrainte(M,5)),
          M(Y,E,N,T,L)]),
  alors([modifier(contraintes(P,Liste),
                      contraintes(P,[M(E,N,T,L)|Liste]))]).
/*************************************************/
/ *      Observer la liste des contraintes          * /
/*************************************************/

/* la liste des contraintes est réduite à un seul élément */
règle(une_contrainte,diagnostic):-
  si(     [problème(P),
          contraintes(P,[X])]),
  alors([ajouter(une_seule_contrainte(P))]).

/* les contraintes sont toutes de même type (même prédicat) */
règle(même_type,diagnostic):-
  si(     [problème(P),
          contraintes(P,L),
          eval_prolog(même_prédicat(L))]),
  alors([ajouter(contraintes_même_type(P))]).

/*** Construire la liste des attributs concernés          *****/

/* on initialise à la liste vide */
règle(liste_att,init_diagnostic):-
  si(     [problème(P),
          contraintes(P,L),
          eval_prolog(L\=[])]),
  alors([ajouter(attributs(P,[]))]).

/* repérer tous attributs pouvant figurer dans les prédicats de la liste des
contrainte, et en construire la liste */
règle(cons_att,diagnostic):-
  si(     [problème(P),
          contraintes(P,L),
          eval_prolog(member(X,L)),
          eval_prolog(contrainte_avec_attribut(X,Y)),
          attributs(P,K),
          eval_prolog(not(member(Y,K)))]),
  alors([modifier(attributs(P,K),
                      attributs(P,[Y|K]))]).


/**** Observer la liste des attributs concernés *****/

/* la liste des attributs est réduite à un seul élément */
règle(un_att,diagnostic):-
  si(     [problème(P),
            attributs(P,[Y])]),
```

```
 alors( [ajouter(un_seul_attribut(P))]).
/*************************************************/
/*      Conclure sur le type du tirage           */
/*************************************************/

/* il y a une seule contrainte : effectif_attribut(au_plus,....). dans le cas où c'est le
plus avantageux, on utilise le complémentaire et on crée les deux problèmes
utilisés par le complémentaire */
règle2(effectif_au_plus_compl,type_tirage):-
 si(     [problème(P),
          une_seule_contrainte(P),
          contraintes(P,[effectif_attribut(au_plus,N,Att,Val)]),
          attribut_possible(P,Att),
          taille_collection_formée(P,M),
          eval_prolog(-(M,N,MmN)),
          eval_prolog(<(MmN,N+1)),
          taille_catégorie(P,Att,Val,T)]),
 alors([ajouter(type_tirage(P,complémentaire)),
          eval_prolog(+(N,1,Np1)),
          eval_prolog(construire_pb_compl(P,Np1,M,Pc)),
          eval_prolog(dupliquer(P,Pall)),
          ajouter(contraintes(Pall,[])),
          ajouter(complémentaire(P,Pall,Pc))]).

/* il n'y a aucune contrainte : c'est une répartition */
règle2(aucune_contrainte,type_tirage):-
 si(     [problème(P),
          eval_prolog(not(fait(type_tirage(P,_)))),
          contraintes(P,[]),
          ens_ds_lequel_on_prend(P,E),
          taille(E,T),
          taille_collection_formée(P,N)]),
 alors([ajouter(type_tirage(P,répartition)),
          ajouter(liste(P,[[T,N]]))]).

/* il y a une seule contrainte : valeurs identiques pour un attribut. C'est un
spectre  */
règle2(val_id,type_tirage):-
 si(     [problème(P),
          taille_collection_formée(P,K),
          une_seule_contrainte(P),
          contraintes(P,[valeurs_identiques_pour(Att)]),
          attribut_possible(P,Att),
          nombre_catégories(P,Att,N),
          taille_catégorie(P,Att,T)]),
 alors([ajouter(type_tirage(P,spectre)),
          ajouter(nombre_catégories(P,N)),
          ajouter(taille_commune_catégories(P,T)),
          ajouter(liste(P,[[1,K]]))]).

/* on a plusieurs contraintes de même type effectif_attribut(exactement,....)
portant sur des attributs différents. C'est une répartition dont on construit la liste
en vérifiant que les catégories sont disjointes */
règle2(effectifs_disj,type_tirage):-
 si(     [problème(P),
          eval_prolog(not(fait(une_seule_contrainte(P)))),
          contraintes(P,[effectif_attribut(exactement,_,_,_)|_]),
          contraintes_même_type(P),
```

```
        eval_prolog(not(fait(un_seul_attribut(P)))),
        eval_prolog(construire_liste_nb_att_val(P,L)),  /*  "exactement"  */
        eval_prolog(cat_disjointes(P,L))]) ,/* pour ttes les contraintes */
 alors([ajouter(type_tirage(P,répartition)),
        eval_prolog(construire_liste2(P,L,Lr)),
        ajouter(liste(P,Lr))]).

/*************************************************/
/ *      Repérer les cas particuliers de tirages      * /
/*************************************************/


/* répartition dans une seule catégorie + ensemble = combinaison */
/* gr1, j3, j4, j5, j6 */
règle2(combinaison,cas_particuliers):-
 si(     [problème(P),
        type_tirage(P,répartition),
        type_collection_formée(P,ensemble),
        taille_collection_formée(P,N),
        liste(P,[[T,N]])]),
 alors([ajouter(combinaison(P,T,N)),
        eval_prolog(comb(T,N,S)),
        ajouter(solution(P,S))]).

/* répartition dans une seule catégorie + sans remise + liste = arrangement */
/* ch2, ch3, dé2, gr2, j2, m4 */
règle2(arrangement,cas_particuliers):-
 si(     [problème(P),
        type_tirage(P,répartition),
        type_collection_formée(P,liste),
        remise(P,sans),
        taille_collection_formée(P,N),
        liste(P,[[T,N]])]),
 alors([ajouter(arrangement(P,T,N)),
        eval_prolog(arrgt(T,N,S)),
        ajouter(solution(P,S))]).

/* arrangement de N éléments parmi N = permutation de n éléments */
/* ch3, m4 */
règle2(permutation,cas_particuliers):-
 si(     [problème(P),
        arrangement(P,N,N)]),
 alors([ajouter(permutation(P,N)),
        eval_prolog(fact(N,S)),
        ajouter(solution(P,S))]).

/* répartition dans une seule catégorie + avec remise + liste = produit cartésien */
/* ch1, dé1, j1, l1, m1, u11 */
règle2(produit_cartésien,cas_particuliers):-
 si(     [problème(P),
        type_tirage(P,répartition),
        type_collection_formée(P,liste),
        remise(P,avec),
        taille_collection_formée(P,N),
        liste(P,[[T,N]])]),
 alors([ajouter(produit_cartésien(P,T,N)),
        eval_prolog(pwr(T,N,S)),
        ajouter(solution(P,S))]).
```

```
/*****************************************************/
/*****      VERIFICATION DE LA COHERENCE DES RESULTATS      * /
/*****************************************************/

/* le problème ne peut pas être à la fois avec et sans remise */
règle2(remise,cohérence):-
  si(     [problème(P),
          remise(P,avec),
          remise(P,sans)]),
  alors([ajouter(anomalie(P))]).

/* si la collection formée est un ensemble, il ne peut pas y avoir de remise */
règle2(ensemble,cohérence):-
  si(     [problème(P),
          remise(P,avec),
          type_collection_formée(P,ensemble)]),
  alors([ajouter(anomalie(P))]).


/*****************************************************/
/ *              ON CALCULE LES SOLUTIONS                 * /
/*****************************************************/

/* solution d'une répartition ensemble */
règle2(rep_ens,solution):-
  si(     [problème(P),
          eval_prolog(not(fait(solution(P,_)))),
          type_tirage(P,répartition),
          type_collection_formée(P,ensemble),
          remise(P,sans),
          taille_collection_formée(P,N),
          liste(P,L),
          ens_ds_lequel_on_prend(P,E),
          taille(E,T)]),
  alors([eval_prolog(formule1(L,T,N,S)),
          ajouter(solution(P,S))]).


/* solution d'un spectre liste avec remise */
règle2(spectre_liste_avec,solution):-
  si(     [problème(P),
          eval_prolog(not(fait(solution(P,_)))),
          type_tirage(P,spectre),
          type_collection_formée(P,liste),
          remise(P,avec),
          taille_collection_formée(P,N),
          liste(P,L),
          nombre_catégories(P,M),
          taille_commune_catégories(P,C)]),
  alors([eval_prolog(formule7(L,N,M,C,S)),
          ajouter(solution(P,S))]).
```

ANNEXE E

c h 2

```
fait(problème(ch2)).
fait(action(ch2,f)).
fait(à_dénombrer(ch2,d)).
fait(est_un(f,action_former)).
fait(type_des_objets_formés(f,nombre)).
fait(au_moyen_de(f,a)).
fait(tout_résultat(f,r)).
fait(est_un(r,liste_chiffres)).
fait(taille(r,4)).
fait(effectif_chaque_élément(r,au_plus,1)).
fait(est_un(a,ensemble)).
fait(éléments(a,[2,4,5,6,8,9])).
fait(est_un(d,ensemble)).
fait(ens_des_résultats(d,f)).
```

d é 1

```
fait(problème(dé1)).
fait(action(dé1,j)).
fait(à_dénombrer(dé1,d)).
fait(est_un(j,action_jeter_dés)).
fait(ensemble_des_dés(j,e)).
fait(est_un(e,ensemble)).
fait(taille(e,3)).
fait(valeurs_différentes_pour(e,couleur)).
fait(tout_élément(e,x)).
fait(est_un(x,dé_cubique)).
fait(est_un(d,ensemble)).
fait(ens_des_résultats(d,j)).
```

g r 1

```
fait(problème(gr1)).
fait(action(gr1,t)).
fait(à_dénombrer(gr1,d)).
fait(est_un(t,action_attribuer_rôles)).
fait(rôles(t,r)).
fait(ensemble(t,c)).
fait(tout_résultat(t,y)).
fait(est_un(y,attribution)).
fait(effectif_valeur(y,exactement,2,x)).
fait(est_un(r,ensemble)).
fait(taille(r,1)).
fait(éléments(r,[x])).
fait(est_un(x,rôle)).
fait(désigné_par(x,"délégué")).
fait(est_un(c,ensemble)).
fait(taille(c,36)).
fait(est_un(d,ensemble)).
fait(ens_des_résultats(d,t)).
```

j 8

```
fait(problème(j8)).
fait(action(j8,t)).
fait(on_dispose_de(j8,s)).
fait(à_dénombrer(j8,d)).
fait(est_un(t,action_tirer)).
fait(simultanément(t)).
fait(sans_remise(t)).
fait(récipient(t,s)).
fait(nb_éléments_tirés(t,3)).
fait(est_un(s,sac)).
fait(contenu(s,c)).
fait(est_un(c,ensemble)).
fait(taille(c,9)).
fait(réunion_de(c,[v,r])).
fait(est_un(v,ensemble)).
fait(taille(v,5)).
fait(tout_élément(v,xv)).
fait(est_un(xv,jeton)).
fait(couleur(xv,vert)).
fait(éléments_numérotés_séquentiellement(v,1,5)).
fait(est_un(r,ensemble)).
fait(taille(r,4)).
fait(tout_élément(r,xr)).
fait(est_un(xr,jeton)).
fait(couleur(xr,rouge)).
fait(éléments_numérotés_séquentiellement(r,1,4)).
fait(est_un(d,ensemble)).
fait(inclus_dans_résultats(d,t)).
fait(tout_élément(d,xd)).
fait(est_un(xd,ensemble)).
fait(effectif_attribut(xd,exactement,1,couleur,vert)).
fait(effectif_attribut(xd,exactement,1,numéro,2)).
```

l 1

```
fait(problème(l1)).
fait(action(l1,a)).
fait(à_dénombrer(l1,d)).
fait(est_un(a,action_faire_tourner_roues)).
fait(ensemble_des_roues(a,e)).
fait(est_un(e,ensemble)).
fait(taille(e,3)).
fait(tout_élément(e,x)).
fait(est_un(x,roue_de_loterie)).
fait(nombre_de_secteurs(x,5)).
fait(secteurs_numérotés_séquentiellement(X,1,5)).
fait(est_un(d,ensemble)).
fait(ens_des_résultats(d,a)).
```

m 4

```
fait(problème(m4)).
fait(action(m4,f)).
fait(à_dénombrer(m4,d)).
fait(est_un(f,action_former)).
```

```
fait(type_des_objets_formés(f,permutation)).
fait(au_moyen_de(f,a)).
fait(tout_résultat(f,r)).
fait(est_un(r,mot)).
fait(taille(r,8)).
fait(est_un(a,ensemble)).
fait(ensemble_des_lettres_de(a,[b,u,n,g,a,l,o,w])).
fait(est_un(d,ensemble)).
fait(ens_des_résultats(d,f)).
```

m12

```
fait(problème(m12)).
fait(action(m12,f)).
fait(à_dénombrer(m12,d)).
fait(est_un(f,action_former)).
fait(type_des_objets_formés(f,mot)).
fait(au_moyen_de(f,a)).
fait(tout_résultat(f,r)).
fait(est_un(r,mot)).
fait(taille(r,5)).
fait(sans_répétitions(r)).
fait(position(r,1,type_lettre,voyelle)).
fait(est_un(a,ensemble)).
fait(taille(a,26)).
fait(tout_élément(a,xa)).
fait(est_un(xa,lettre)).
fait(est_un(d,ensemble)).
fait(ens_des_résultats(d,f)).
```

tc3

```
fait(problème(tc3)).
fait(on_dispose_de(tc3,j)).
fait(à_dénombrer(tc3,d)).
fait(est_un(d,ensemble)).
fait(tout_élément(d,xd)).
fait(est_un(xd,ensemble)).
fait(taille(xd,8)).
fait(inclus_dans(xd,j)).
fait(effectif_attribut(xd,exactement,4,hauteur,valet)).
fait(est_un(j,jeu_de_32_cartes)).
```

u19

```
fait(problème(u19)).
fait(action(u19,f)).
fait(à_dénombrer(u19,d)).
fait(est_un(f,action_former)).
fait(type_des_objets_formés(f,mot)).
fait(en_effectuant(f,t)).
fait(tout_résultat(f,r)).
fait(est_un(r,mot)).
fait(taille(r,6)).
fait(effectif_attribut(r,exactement,2,type_lettre,voyelle)).
fait(est_un(t,action_tirer)).
```

```
fait(successivement(t)).
fait(sans_remise(t)).
fait(récipient(t,u)).
fait(nb_éléments_tirés(t,6)).
fait(est_un(u,urne)).
fait(contenu(u,c)).
fait(est_un(c,ensemble)).
fait(taille(c,26)).
fait(tout_élément(c,x)).
fait(est_un(x,carton)).
fait(porte_inscription_dans(x,a)).
fait(est_un(a,ensemble)).
fait(taille(a,26)).
fait(tout_élément(a,y)).
fait(est_un(y,lettre)).
fait(est_un(d,ensemble)).
fait(ens_des_résultats(d,f)).
```

ANNEXE F

```
/* le programme sature chaque paquet de la base de règles, suivant l'ordre
indiqué, puis sort les résultats */
run:-eval_prem(problème(P)),saturer(normaliser),
      saturer(init_à_dénombrer,à_dénombrer),
      saturer(det_ens),saturer(init_obs_ens,obs_ens),
      saturer(type_collection),saturer(taille_collection),
      saturer(remise),
      saturer(init_contraintes,contraintes),
      saturer(init_diagnostic,diagnostic),saturer(type_tirage),
      saturer(cas_particuliers),saturer(cohérence),
      saturer(solution),sortir_résultats(P).

/* éxécuter toutes les règles éxécutables d'un paquet de règles sans revenir au
début en cas d'ajout de faits */
/* chaque paquet a la possibilité d'avoir un paquet d'initialisation (contenant des
règles d'initalisation devant être exécutées avant celles du paquet) */
saturer(Init_paquet,Paquet):-
   saturer(Init_paquet),saturer(Paquet).
saturer(Paquet):-
   lit_règle(Nom,Paquet,Premisses,Conclusions),
   eval_si(Premisses),
   eval_alors(Conclusions),
   write('  '),write(Nom),write('  '),
   fail.
saturer(_).

/* lit une règle du paquet et détermine sa partie 'si' et sa partie 'alors' */
lit_règle(Nom,Paquet,Prémisses,Conclusions):-
   clause(règle(Nom,Paquet),(si(Prémisses),alors(Conclusions))).
lit_règle(Nom,Paquet,Prémisses,Conclusions):-
   clause(règle2(Nom,Paquet),(si(Prémisses),alors(Conclusions))).

/* évaluer la liste des prémisses */
eval_si([]):-!.
eval_si([A|B]):-
   eval_prem(A),
   eval_si(B).

/* réaliser la liste des actions */
eval_alors([]):-!.
eval_alors([A|B]):-
   eval_concl(A),
   eval_alors(B).

/* évaluer une prémisse */
eval_prem(eval_prolog(Fait)):-call(Fait). /* il peut être précisé qu'on appelle un
prédicat prolog */
eval_prem(Fait):-Fait\=eval_prolog(_),lire_bf(Fait). /*sinon c'est une lecture de
la base de faits*/

/* réaliser une action */
eval_concl(ajouter(Fait)):-
   ajouter_bf(Fait),lève_drapeau(ajout_fait),!.
eval_concl(supprimer(Fait)):-
   retirer_bf(Fait),!.
eval_concl(modifier(Fait1,Fait2)):-
   eval_concl(supprimer(Fait1)),
   eval_concl(ajouter(Fait2)),lève_drapeau(ajout_fait),!.
```

ANNEXE G

```
/*****************************************************/
/************* PREDICATS PROLOG ***********************/
/*****************************************************/

/**************     les  utilitaires  ***************************/



/* vérifie que les éléments d'une liste sont tous différents */
lettres_toutes_différentes([X]):-!.
lettres_toutes_différentes([X|L]):-diff(X,L),lettres_toutes_différentes(L),!.

nombre_occurence(X,[],0):-!.
nombre_occurence(X,[X|L],N):-nombre_occurence(X,L,Nm1),+(Nm1,1,N),!.
nombre_occurence(X,[Y|L],N):-X\=Y,nombre_occurence(X,L,N),!.

enlever(X,[],[]):-!.
enlever(X,[X|L],L1):-enlever(X,L,L1),!.
enlever(X,[Y|L],[Y|L1]):-enlever(X,L,L1),!.

pair(N):-mod(N,2,R),R=0,!.
impair(N):-mod(N,2,R),R=1,!.

fact(0,1):-!.
fact(1,1):-!.
fact(N,Fn):-   -(N,1,Nm1),fact(Nm1,Fnm1),*(N,Fnm1,Fn),!.

/* arrangement de P éléments parmi N */
arrgt(N,P,0):-N<P,!.
arrgt(N,P,S):-fact(N,Fn),-(N,P,NmP),fact(NmP,Fnmp),/(Fn,Fnmp,S),!.

/* combinaison de P éléments parmi N */
comb(N,P,0):-N<P,!.
comb(N,P,S):-arrgt(N,P,Anp),fact(P,Fp),/(Anp,Fp,S),!.


/* formule de la solution de répartition ensemble */
formule1(L,E,P,S):-
   construire_produit_comb(L,R1),
   somme1(L,R2),somme2(L,R3),
   -(E,R2,R4),-(P,R3,R5),
   comb(R4,R5,R6),
   *(R1,R6,S),!.

/*formule de la solution d'un spectre liste avec remise */
formule7(L,P,M,C,S):-
   fact(M,Fm),fact(P,Fp),*(Fm,Fp,MP),pwr(C,P,CP),*(MP,CP,Num),
   construire_produit_fact1(L,R1),somme1(L,K),-(M,K,R2),fact(R2,R3),
   *(R1,R3,R4),construire_produit_fact_puiss(L,R5),*(R4,R5,Den),
   /(Num,Den,S).


/*****************************************************/
/* on a besoin de prédicats prolog pour traduire des propriétés des objets traités,
par exemple qu'un sac est un récipient, ou q'un mot est une liste,
qu'on peut calculer la taille d'un ensemble à partir du nombre de ses éléments  */
est_un(X,récipient):-eval_prem(est_un(X,sac)).
```

```
est_un(X,récipient):-eval_prem(est_un(X,urne)).
est_un(X,collection):-eval_prem(est_un(X,ensemble)).

taille(L,N):-lst(L),length(L,N),!.
taille(E,N):-not(fait(taille(E,_))),eval_prem(éléments(E,L)),length(L,N).
taille(X,N):-not(fait(taille(X,_))),eval_prem(ensemble_des_lettres_de(X,L)),
  length(L,N).
taille(E,N):-not(fait(taille(E,_))),
     eval_prem(éléments_numérotés_séquentiellement(E,1,N)).

type_des_objets_formés(F,liste):-
   eval_prem(type_des_objets_formés(F,nombre)).
type_des_objets_formés(F,liste):-
   eval_prem(type_des_objets_formés(F,mot)).
type_des_objets_formés(F,liste):-
   eval_prem(type_des_objets_formés(F,permutation)).

type_lettre(a,voyelle).
type_lettre(b,consomne).
type_lettre(c,consomne).
type_lettre(d,consomne).
type_lettre(e,voyelle).
type_lettre(f,consomne).
type_lettre(g,consomne).
...

/*jeu de cartes : attribut,nombre de catégories,taille de chaque catégorie*/
jeu_de_32_cartes(couleur,4,8).
jeu_de_32_cartes(hauteur,8,4).

/*alphabet : attribut,nombre de catégories,liste de (valeur attribut,taille
catégorie)*/
alphabet(lettre,26,1).
alphabet(type_lettre,2,[[voyelle,6],[consomne,20]]).

/*****************************************************/
/* on a aussi besoin de prédicats prolog qui sont appelés dans les règles pour faire
des tests ou des calculs ou simplement pour résumer un ensemble de prémisses,
pour une meilleure lisibilité des règles */

ajouter_liste(P,Att,T):-T\=[_],ajouter_bf(taille_catégorie(P,Att,T)).
ajouter_liste(_,_,[]).
ajouter_liste(P,Att,[[Val,T]|L]):-
   ajouter_bf(taille_catégorie(P,Att,Val,T)),
   ajouter_liste(P,Att,L).

/* vérifie qu'on a une liste d'ensembles de jetons colorés et numérotés */
test_couleur_numérotation([]):-!.
test_couleur_numérotation([E|L]):-
   eval_prem(est_un(E,ensemble)),
   eval_prem(taille(E,T)),
   eval_prem(tout_élément(E,X)),
   eval_prem(couleur(X,C)),
   eval_prem(éléments_numérotés_séquentiellement(E,1,T)),
   test_couleur_numérotation(L),!.

/* vérifie que les catégories de la liste sont disjointes */
cat_disjointes(P,L):-eval_prem(attributs(P,Latt)),tous_possibles(P,Latt),
```

```
   length(L,2),member([_,type_lettre,T],L),member([_,lettre,X],L),
   not(type_lettre(X,T)),!.

/* vérifie que chaque contrainte correspond à un rôle */
une_contrainte_par_rôle(P,R):-
   eval_prem(contraintes(P,L)),
   vérifie_contrainte(L,R),!.
vérifie_contrainte([effectif_valeur(exactement,1,Z)|L],R):-
   eval_prem(est_un(Z,rôle)),
   eval_prem(éléments(R,Lr)),
   member(Z,Lr),
   vérifie_contrainte(L,R),!.
vérifie_contrainte([],_):-!.


/* construit dans le cas du complémentaire le problème dont on prendra le
complémentaire */
construire_pb_compl(P,N,N,Pc):-
   dupliquer(P,Pc),
   eval_prem(contraintes(P,[effectif_attribut(_,_,Att,Val)])),
   ajouter_bf(contraintes(Pc,[effectif_attribut(exactement,N,Att,Val)])),
   saturer(init_ons_ens,obs_ens),saturer(init_diagnostic,diagnostic),!.

construire_pb_compl(P,N,M,Pc):-N<M,
   dupliquer(P,Pc),
   eval_prem(contraintes(P,[effectif_attribut(_,_,Att,Val)])),
   ajouter_bf(type_tirage(Pc,disjonction)),
   construire_pb_disj2(P,N,M,Att,Val,L),
   ajouter_bf(disjonction(Pc,L)),!.

/* prédicats où on a variabilisé les faits se rapportant au problème dans le but
d'obtenir des règles plus générales et plus déclaratives */

type_collection_associé(simultanément,ensemble).
type_collection_associé(successivement,liste).

mode_tirage(T,successivement):-
   eval_prem(est_un(T,action_tirer)),
   eval_prem(successivement(T)).
mode_tirage(T,simultanément):-
   eval_prem(est_un(T,action_tirer)),
   eval_prem(simultanément(T)).

remise(T,avec):-
  eval_prem(est_un(T,action_tirer)),
  eval_prem(avec_remise(T)).
remise(T,sans):-
  eval_prem(est_un(T,action_tirer)),
  eval_prem(sans_remise(T)).

/* les contraintes et leur arité */
est_une_contrainte(effectif_attribut,5).
est_une_contrainte(position,4).
est_une_contrainte(classes_effectif_attribut,4).
est_une_contrainte(effectif_valeur,4).
est_une_contrainte(valeurs_différentes_pour,2).
est_une_contrainte(valeurs_identiques_pour,2).
```

```
/* trouver l'attribut présent dans la contrainte */
contrainte_avec_attribut(valeurs_différentes_pour(Y),Y).
contrainte_avec_attribut(valeurs_identiques_pour(Y),Y).
contrainte_avec_attribut(position(_,Y,_),Y).
contrainte_avec_attribut(classes_effectif_attribut(_,_,Y),Y).
contrainte_avec_attribut(effectif_attribut(_,_,Y,_),Y).
```

ERROR: undefined
OFFENDING COMMAND: ÿ

STACK: